PublicacionesDidácticas
www.publicacionesdidacticas.com

Sumario

Parámetros Estadísticos	3
Didactic Unit for B1 Level Students "Team Sports"	16
Didactic Unit for B2 Level Students "Comparing Cultures"	20
Técnicas de recuento. Combinatoria	24
Cuando el saber sí ocupa lugar. El caso de Sor Juana Inés de la Cruz	35
Un paseo por las parcelas amatorias y heroicas del jardín mitológico de Fernando de Herrera	39
Prevención de las alteraciones del lenguaje oral desde la escuela II	47
Identificación de plásticos del automóvil III	54
Gesellschaft im Umbruch	58
Números Complejos	62
Números Naturales	74
Unidad didáctica: A Picasso le gusta la Paz	86
Unidad didáctica: El viento	98
La mujer en la historia del trombón antes del siglo XX	109
Sistemas de Numeración	118
Reparación de piezas del vehículo con ventosas adhesivas I	131
Resolución de conflictos en un centro de Educación Secundaria	135
Una experiencia didáctica de utilización de códigos QR en el aula	138
Vormärz	146
Defectos y daños en la pintura de un vehículo IV	150
Formación del conocimiento social, tanto individual como científico	154
Tratamiento de la Competencia Lingüística y Matemática a través de La ConJetura de Goldbach	159
El Aprendizaje Significativo en la Sociedad de la Información y del Conocimiento	163
Características básicas de los problemas de Programación Lineal	166

DIRECTOR
Miguel Ángel Acera
maacera@publicacionesdidacticas.com

INFORMACIÓN
info@publicacionesdidacticas.com
www.publicacionesdidacticas.com

PUBLICIDAD
publicidad@publicacionesdidacticas.com

COLABORADORES
Emiliana Oliván Calzada, Isabel María García Conesa, Antonio Daniel Juan Rubio, Raquel Reyes Díaz, Maria José Moscardó Llopis, Juan Pedro Gassó Bas, Ana María González Matellán, Adelina María Sirvent Gárriga, José María Hernández Roselló, Pablo Antonio Gargallo Jaquotot, Mª Ángeles Lobato González, Mª Belén García Díaz, Amets Larraza Lopez, Maria de la O Martinez Santibañez.

DISEÑO Y DESARROLLO WEB
Seindor Ingeniería Web
info@seindor.com

PublicacionesDidácticas
Nº 29 | Septiembre 2012
Ejemplar gratuito
Edición digital
ISSN: 1989-7073
Depósito Legal: H-336-2010

PublicacionesDidácticas
Apdo. de Correos 158 - 10300 NM, Cáceres

Parámetros Estadísticos

Título: Parámetros Estadísticos. **Target**: Profesores de Matemáticas. **Asignatura**: Matemáticas. **Autor**: Emiliana Oliván Calzada, Licenciada en Matemáticas, Profesora de Matemáticas en Educación Secundaria.

1.- INTRODUCCIÓN.

La Estadística tiene gran importancia, especialmente, por el exceso de información que recibimos a través de todos los medios de comunicación. Es una herramienta para poder interpretar y analizar los datos que recibimos, debido a que la información es fácilmente manipulable y por tanto podría dar lugar a interpretaciones erróneas. Proporciona una visión crítica y certera de los datos recibidos, ayudando así a reflexionar. Se manejan ejercicios reales, se utilizan gráficos y tablas, utilizando para ello programas informáticos. Este tema está muy relacionado con otras materias, como con Geografía e Historia, y con Biología y Geología. Debido a que se manejan datos de la vida real, es fácil relacionar esta unidad didáctica con prácticamente todas las competencias básicas.

He elegido la secuenciación de bloques Números-Álgebra-Geometría-Funciones-Estadística, aunque podría haber elegido otra secuenciación permutando la Estadística ya que ésta sólo necesita el bloque de Números como conocimientos previos, no obstante, seguiremos el orden previsto en la programación, y desarrollaremos esta unidad en la **parte final del tercer trimestre**. Además, en Estadística se vuelven a retomar los números y el álgebra, con lo que se garantiza el aprendizaje en espiral.

Tiene una temporalización de 6 sesiones, una de ellas dedicada para hacer el examen.

2.- OBJETIVOS.

Destacaremos los más importantes de esta unidad dentro de la etapa, dentro del área y dentro del curso:

2.3.1.1 Generales de Etapa.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las referentes a la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

2.3.1.2 Generales de Área.

4. Detectar los aspectos de la realidad que sean cuantificables y que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida y realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados, todo ello de la forma más adecuada, según la situación planteada.

5. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) Presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
7. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) Tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

2.3.1.3 Del curso.

Los correspondientes a esta unidad son:

1. Definir y comprender los diferentes parámetros estadísticos.
2. Comparar poblaciones utilizando el coeficiente de variación.
3. Identificar los elementos estadísticos (datos y gráficos) presentes en los medios y analizarlos críticamente.
4. Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar datos y realizar cálculos.

3.- CONTENIDOS.

a) Parámetros estadísticos:
    - Medidas de centralización: media, mediana, cuartiles y moda.
    - Medidas de dispersión: varianza y desviación típica.
    - El coeficiente de variación para comparar dos poblaciones.

b) Interpretación de los datos.
c) Uso de la hoja de cálculo y de la calculadora.
d) Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso del lenguaje, y de tablas y gráficos estadísticos en informaciones sociales, económicas o de otra naturaleza relacionada con la vida cotidiana de los alumnos.

4.- COMPETENCIAS BÁSICAS.

Desde la Unión Europea se ha trabajado conjuntamente para identificar aquellos aprendizajes que se consideran básicos y claves. Por eso la LOE introduce el concepto de **competencias básicas** como una combinación de destrezas, conocimientos y actitudes adecuadas al contexto. Competencias básicas son aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo.

Competencias básicas específicas de la unidad didáctica:

- Matemática.
    - Utilizar el pensamiento matemático para interpretar y describir la realidad, así como para actuar sobre ella.
    - Aplicar destrezas y desarrollar actitudes para razonar matemáticamente.
    - Comprender una argumentación matemática.
    - Expresarse y comunicarse a través del lenguaje matemático.

- Competencia en comunicación lingüística.

- Emplear el lenguaje matemático de forma oral y escrita para formalizar el pensamiento.
- Utilizar las leyes matemáticas para expresar y comunicar ideas de un modo preciso y sintético.

♦ Conocimiento e interacción con el mundo físico.

- Identificar modelos y usarlos para extraer conclusiones.

♦ Tratamiento de la información y competencia digital.

- Manejar herramientas tecnológicas para resolver problemas.
- Utilizar los lenguajes gráfico y estadístico para interpretar la realidad representada por los medios de comunicación.

♦ Social y ciudadana.

- Aplicar el análisis funcional y la estadística para describir fenómenos sociales, predecir y tomar decisiones.

♦ Autonomía e iniciativa personal.

- Aplicar los procesos de resolución de problemas para planificar estrategias, asumir riesgos y controlar los procesos de toma de decisiones.
- Desarrollar modos de tratamiento de la información y técnicas de indagación.

5.- RELACIONES INTERDISCIPLINARES CON OTRAS ASIGNATURAS.

Esta unidad está relacionada con Geografía e Historia, Biología y Geología y con todas las áreas en las que se recopilan e interpretan datos. Nos hemos puesto de acuerdo con el departamento de Biología y Geología y hemos ideado una actividad conjuntamente. Los alumnos, con el profesor de Biología y Geología, recogerán todos los días a lo largo del segundo trimestre los datos de lluvias caídas y de la humedad relativa del aire. En Matemáticas haremos un estudio estadístico para interpretar los datos, y después, en Biología y Geología analizarán con detalle estos resultados. De esta forma, además de trabajar en equipo, los alumnos toman conciencia de que la educación es integradora y de que al final todas las áreas pueden estar interrelacionadas.

6.- ELEMENTOS QUE VERTEBRAN EL CURRÍCULO

Educación en Valores Democráticos. Debido a que es una finalidad prioritaria de la Educación desde todas las áreas y etapas educativas, he incluido en cada actividad qué valores se pueden transmitir con ella.

Promoción de la lectura. Como bien señaló el informe PISA, nuestros alumnos presentan graves deficiencias en la comprensión lectora. Por eso desde todas las áreas se debería hacer un gran esfuerzo para compensar esta deficiencia. En esta unidad, se puede fomentar la lectura aprovechando que se extraen e interpretan datos de los distintos medios de comunicación, familiarizándose así con la prensa escrita y digital.

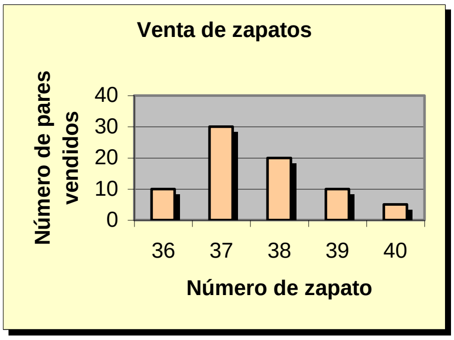
Formación de las Nuevas Tecnologías. Debido a la creciente importancia de las Nuevas Tecnologías y a su rápida implantación en esta sociedad, debemos hacer un esfuerzo para educar en las Nuevas Tecnologías. Así, realizaremos dos sesiones íntegras para realizar actividades en el aula de informática, para que los alumnos las resuelvan utilizando las Nuevas Tecnologías, especialmente la herramienta más útil para esta unidad que es la hoja de cálculo de Microsoft Excel o la hoja de cálculo de OpenOffice.

7.- ACTIVIDADES Y SECUENCIACIÓN EN EL TIEMPO.

En dichas actividades se tratarán seis competencias básicas (1. Comunicación lingüística, 2. Matemática, 3. Conocimiento e interacción con el mundo físico, 4. Tratamiento de la información y competencia digital, 5. Social y ciudadana, 6. Autonomía e iniciativa personal) y siete temas transversales (a. Educación ambiental, b. Educación del consumidor, c. Educación vial, d. Educación moral y cívica, e. Educación para la igualdad de oportunidades entre ambos sexos, f. Educación para la salud).

***Sesión 1**:*

Actividad 1: La siguiente gráfica recoge la cantidad de pares de zapatos de mujer vendidas en una tienda a lo largo del día:



a)¿Cuántas parejas de zapatos del número 37 se han vendido?

b) Pasa los datos a una tabla de frecuencias absolutas.

c) ¿Cómo se llama la gráfica que nos han dado?

d) ¿Qué porcentaje de zapatos vendidos eran números del 39 o 40?

e) Dibuja un polígono de frecuencias absolutas acumuladas.

Competencias básicas: 1, 2, 4, 5. Temas transversales: b.

Actividad 2: Con motivo de que se celebró en Zaragoza la Exposición Internacional 2008 sobre “Agua y Desarrollo Sostenible”, se han recogido datos ofrecidos por el INE sobre los indicadores del agua tanto a nivel nacional como provincial. Estos son:

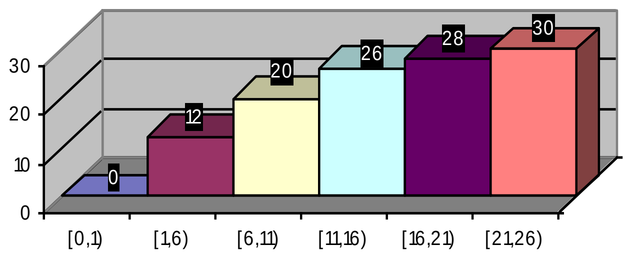
	Volumen de agua abastecida a los hogares españoles						
Año	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Litros/habitante/día	165	168	165	164	167	171	166

	Volumen de agua abastecida a los hogares navarros						
Año	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Litros/habitante/día	150	159	147	148	152	144	134

a) Calcular los porcentajes de agua abastecida por año en ambas tablas.
b) Por cada tabla, realizar los histogramas y diagramas de sectores correspondientes.
c) A la vista de los gráficos, ¿son los navarros más o menos ahorradores que el resto de españoles en el consumo de agua? Por tanto, ¿quién tiene más conciencia ecológica?

Competencias básicas: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Temas transversales: a, b.

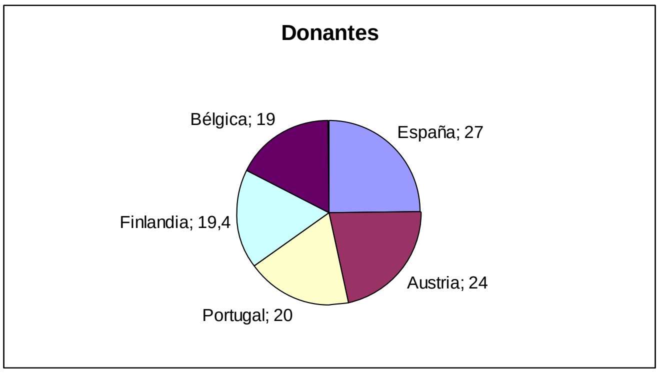
Actividad 3: En un centro escolar se ha organizado un mercadillo por una causa benéfica. El precio (en euros) agrupado en intervalos de los lotes se distribuye según el siguiente histograma de frecuencias absolutas acumuladas, donde el eje de abscisas representa el precio de los lotes y el de ordenadas las frecuencias acumuladas:



a) ¿Cuántos lotes cuestan entre 16 € y 21 €?
b) Si un alumno tiene 16 € y quiere comprar un solo lote, ¿entre cuántos puede elegir?
c) Elabora la tabla de distribución de frecuencias.

Competencias básicas: 2, 3, 5. Temas transversales: b

Actividad 4: El siguiente diagrama de sectores representa el número de donantes por millón de habitantes en varios países europeos:



a) ¿Cuál es el país más concienciado con mayor número de donaciones?
b) Calcular el porcentaje de donaciones en cada uno de los países del gráfico.

Competencias básicas: 2, 4, 5. Temas transversales: d, f.

Actividad 5: En un colegio se han clasificado a los alumnos según el color de sus ojos y se ha obtenido la siguiente tabla:

Color de ojos	Negros	Azules	Verdes	Marrones	Grises
Nº alumnos	475	125	85	568	135

a) Representa esta situación mediante un diagrama de sectores.

Competencias básicas: 2. Temas transversales: e

Sesión 2:

Actividad 6: Hacer una tabla cuyos datos sean las alturas de los alumnos de la clase que irán diciendo ellos mismos. Decir cual es el valor que más veces se repite ¿Sabe alguien cómo se llama a este valor? Calcular el valor promedio de todas las alturas ¿Cómo se llama este valor? Decir cuales son los valores extremos ¿Cómo se llaman estos valores? ¿Qué valor deja el mismo número de valores por encima y por debajo? ¿Cómo se llama este valor? Competencias básicas: 2, 3, 4, 6. Temas transversales: Ninguno.

Actividad 7: Explicación de los parámetros estadísticos de centralización: media, moda, mediana y cuartiles para variables continuas y discretas. Competencias básicas: 2, 4. Temas transversales: Ninguno.

Actividad 8: Calcular la media, moda, mediana y cuartiles con los datos recogidos en la actividad 1.

Competencias básicas: 1, 2, 4, 5. Temas transversales: b.

Actividad 9: La talla media de cinco jugadoras de un equipo de baloncesto es de 175 cm. Llegan tres jugadoras más y la talla media aumenta 2 cm. Al llegar la entrenadora la talla media de todas las jugadoras, incluida la entrenadora es de 174 cm. ¿Cuánto mide la entrenadora? Competencias básicas: 2, 3. Temas transversales: e, f.

Actividad 10: Los pesos de los jugadores de un equipo de fútbol son los siguientes:

76 - 78 - 75 - 72 - 81 - 75 - 65 - 82 - 71 - 68 - 71

a) Realiza la tabla de frecuencias y el diagrama de barras correspondiente.

b) Calcular el peso medio del equipo, la moda, la mediana y los cuartiles.

c) ¿Están los valores muy cerca de la media? ¿Te parece, por tanto, representativa la media obtenida?

Competencias básicas: 2, 3, 4. Temas transversales: f.

***<u>Sesión 3</u>**:*

Actividad 11: Explicación las medidas de dispersión: rango o recorrido, varianza, desviación típica y coeficiente de variación e interpretación de los resultados obtenidos.

Competencias básicas: 2, 4. Temas transversales: Ninguno.

Actividad 12: La siguiente tabla muestra las horas de estudio a la semana de 25 alumnos de 3º de Educación Secundaria Obligatoria:

Nº Horas	2	3	4	5	6	7
Nº Alumnos	4	5	7	7	1	1

a) Hallar media, moda, mediana y cuartiles.
b) Representar los datos en un diagrama de barras, y situar en él los parámetros obtenidos en el apartado a.
c) ¿Qué parámetro se puede calcular con las barras de mayor longitud?
d) Calcular varianza, desviación típica y coeficiente de variación.

Competencias básicas: 2, 3, 4, 6. Temas transversales: Ninguno.

***<u>Sesión 4</u>**: (Se realizará íntegramente en el aula de Informática)*

Actividad 13: Corregir la actividad 15 utilizando para ello Microsoft Excel para realizar los cálculos y las gráficas necesarias y resolver dudas. Aprovechar para explicar cómo realizar con la hoja de cálculo las medidas de centralización y de dispersión. Competencias básicas: 2, 3, 4, 6. Temas transversales: Ninguno.

Actividad 14: Una vez que los alumnos tienen recogidos los datos de las lluvias caídas y de la humedad relativa del aire tomadas diariamente durante el segundo trimestre con el profesor de Biología y Geología:

a) Introducir de forma agrupada los datos en una hoja de cálculo.

b) Dibujar un diagrama de barras, el polígono de frecuencias y un diagrama de sectores.

c) Calcular las medidas de centralización y de dispersión.

d) Calcular el coeficiente de variación.

f) Interpretar los datos obtenidos.

Competencias básicas: 2, 3, 4, 6. Temas transversales: a.

Actividad 15: En una clase de un instituto hemos medido la altura de los 25 alumnos. Sus medidas, en cm, son:

167	159	168	165	150	170	172	158	163	156
151	173	175	164	153	158	157	164	169	163
160	159	158	174	164					

a) Elaborar una tabla que represente estos resultados con sus marcas de clase, frecuencias absolutas, relativas, acumuladas y porcentajes. Para ello tomar intervalos de amplitud 5 cm. comenzando por 150.

b) Dibujar el diagrama de barras con las frecuencias absolutas y acumuladas, el polígono de frecuencias, el histograma y el diagrama de sectores.

c) Calcular la media, moda, mediana, cuartiles, varianza, desviación típica y coeficiente de variación, e interpreta los resultados.

Competencias básicas: 2, 3, 4. Temas transversales: Ninguno.

***Sesión 5**:*

Actividad 16: Resolución de dudas antes del examen (incluyendo dudas de las actividades de refuerzo y ampliación). Competencias básicas: 2, 6. Temas transversales: Ninguno.

Sesión 6: (Examen de las unidades 13 y 14). *Tiempo*: Una sesión. *Valoración*: cada pregunta vale 2,5 puntos.

EXAMEN

Ejercicio 1.-En un autobús escolar se les pregunta a los alumnos por el tiempo que tardan en llegar de su casa al autobús. Los resultados se recogen en la siguiente tabla:

Tiempo (en minutos)	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)
Nº de alumnos	20	13	18	5	4

a) Decir cuál va a ser la variable, y de qué tipo será ésta.

b) Dibujar un histograma con los datos.

c) Calcular la media y la desviación típica de esta distribución.

Ejercicio 2._ Hallar la media del número de establecimientos hoteleros que hay en las distintas Comunidades Autónomas de España. Después, con ayuda de la desviación típica, comentar si esta media es representativa de todas las comunidades autónomas.

Andalucía……..2.266; Aragón…………712; Asturias……….620; Baleares…………..1.483;

Canarias…….532; Cantabria………..496; Castilla León……..1.452; Castilla La Mancha…….. 842;

Cataluña…….2.712; Comunidad Valenciana……….1.019; Extremadura…………..418;

Galicia……. 1.526; Madrid….1.242; Murcia….209; Navarra…..150; País Vasco……….396;

Rioja (La)………..117 Ceuta y Melilla……….36 (Fuente: INE)

Ejercicio 3._ Se han medido las longitudes de ocho clavos y se han obtenido los siguientes resultados en milímetros: 22, 24, 24, 25, 25, 26, 26, 30.

a) Calcular los valores de la media aritmética y de la desviación típica.
b) Si se deben desechar los clavos cuya longitud se aleje de la media más que el valor de la desviación típica, ¿Cuántos hay que desechar?
c) Calcular los cuatro cuartiles.

Ejercicio 4._Dos grupos de un centro van a hacer una acampada recaudando dinero a lo largo del curso. Al final en cada grupo se repartirán entre todos el dinero que haya. El encargado hace un balance con los beneficios obtenidos el primer mes:

	GRUPO A				GRUPO B		
Cantidad de Euros	50	70	160	210	80	90	100
Nº de alumnos	3	2	1	1	2	4	1

1.- ¿A cuánto tocan los alumnos del grupo A? ¿Y los del B?

2.- Algunos alumnos del grupo A protestan por la cantidad recibida, los del grupo B protestan menos ¿por qué?

3.- ¿Cuál es la media aritmética en ambos grupos?

4.- Calcula la desviación típica de cada grupo.

5.- Calcular el coeficiente de variación en ambos grupos e interpretar los resultados obtenidos.

ACTIVIDADES DE REFUERZO

Actividad 1: El número de atropellos de peatones en pasos de cebra por imprudencia de los peatones que cruzan sin comprobar antes si los coches pararán o no, y de conductores que van demasiado rápido durante los últimos 30 días es:

Nº de atropellos	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº de días con esos atropellos	2	3	5	7	3	0	2	1

a) Calcular media, moda, mediana, varianza y desviación típica.
b) Calcular el coeficiente de variación.
c) ¿Qué porcentaje de días ha habido menos de 3 atropellos diarios?

Actividad 2: La dirección de tráfico ha recogido la siguiente información sobre las multas diarias a los coches que circulan por una carretera:

Nº de Multas	(0,5]	(5,10]	(10,15]	(15,20]
Días	6	14	20	10

a) Obtén el número medio de multas diarias impuestas.

b) Calcula e interpreta la mediana de las multas.

c) Calcula la moda de esta distribución.

Actividad 3: La siguiente tabla relaciona el número de goles marcados en partidos de fútbol:

Goles	0	1	2	3	4	5	6	7
Partidos	12	16	22	20	21	4	4	2

a) Calcula la media, mediana, moda.

b) Calcula la varianza desviación típica.

Actividad 4: Calcular el gasto medio en teléfono móvil entre los empleados de cierta empresa a partir de los datos de la siguiente tabla, que refleja el gasto mensual:

Gasto	[0,6)	[6,12)	[12,18)	[18,24)	[24,30)
Nº de Personas	6	18	24	15	17

<u>ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN</u>

Actividad 1: Juana y Micaela hacen una competición de bolos a lo largo de 8 domingos. Las puntuaciones obtenidas son las siguientes:

JUANA	150	120	109	138	150	104	138	150
MICAELA	155	106	120	118	139	120	120	155

a) ¿Cuál de las dos tiene mejor media?
b) Calcular la desviación típica. ¿Cuál de las dos es más regular?
c) Calcular el coeficiente de variación de ambas. ¿Este resultado corrobora lo obtenido en el apartado b?

Actividad 2:

a) Calcular el dato que falta para que la media sea 5, y la moda 6,5.

4, 7, 8, 6, 7, 3, 7, 4, ?, 3, 6, 6, 7, 3, 1, 2.

b) Inventa un conjunto de 10 datos, no todos iguales, cuya media sea 8.

c) Inventa otro conjunto de 10 datos, no todos iguales, cuya media sea 10, y su mediana y su moda sean 7.

Actividad 3: Pablo y María discuten acerca de sus respectivas habilidades para el cálculo, y deciden comprobar quien halla antes la media de las siguientes alturas:

170, 162, 178, 175, 160, 165, 169, 172, 162 y 165.

Pablo, que ganó, hizo lo siguiente:

a) Restó 165 a cada uno de los valores, obteniendo
5, -3, 13, 10, -5, 5, 4, 7, -3 y 0.
b) Calculó la media de los datos anteriores, que era 3,3.
c) Sumó 165 a 3,3 y contestó, relativamente pronto, que la media era 168,3.

Averiguar el razonamiento de Pablo.

Actividad 4: A Juanito se la ha caído el cuaderno de Matemáticas a un charco y se le han borrado algunos datos de una tabla de frecuencias sobre el tiempo que dedican a la lectura a la semana, que tenía que entregar como deberes de clase.

a) ¿Puedes ayudarle a completar la tabla para que pueda entregar los deberes a tiempo?

Tiempo (min)	Marca de clase (x_i)	Nº de alumnos (f_i)	f_ix_i	F_i	fr_i	%
[0,20)		3				
	30			9		
	50		250			
[60,80)						20
	90				6/25	
		25				

b) Calcular la media, moda y mediana de la distribución anterior.

8.- METODOLOGÍA.

Nos basamos en el **modelo pedagógico significativo y constructivista**, comenzaremos las exposiciones con ejemplos, usando el método heurístico, para conducir a los alumnos hacia las conclusiones deseadas.

Comenzaremos con actividades enfocadas a recordar los conocimientos previos; a continuación irán las actividades de introducción conceptual y de desarrollo; continuaremos con actividades de consolidación, de refuerzo o de ampliación según la situación de cada alumno. Al final de cada clase mandaremos a los alumnos algunas tareas para realizar en casa, que resolveremos al inicio de la clase del día siguiente.

En clase utilizaremos la calculadora científica no programable para realizar los cálculos, debido a la gran cantidad de cálculos necesarios en esta unidad.

Para establecer un método de enseñanza activo y participativo que converja en una comprensión reflexiva agruparemos a los alumnos de forma flexible para la resolución de algunos ejercicios, sin quitar importancia al trabajo individual. Las explicaciones del profesor las daremos al grupo en general, pero cuando sea necesario acudiremos al pequeño grupo o a la aclaración individual de dudas. Consideraremos el error como parte integrante del proceso de aprendizaje y estimular al alumno con distintos tipos de refuerzo.

9.- EVALUACIÓN.

La evaluación es continua. Evaluaremos a los alumnos teniendo en cuenta los cambios producidos en todo el proceso a lo largo de esta unidad, siguiendo los criterios de evaluación. Evaluaremos tanto los aprendizajes a nivel de conceptos como el esfuerzo y trabajo diario y las actitudes de los alumnos, así como los procesos de enseñanza y la propia práctica docente, en relación con el logro de los objetivos educativos del currículo.

Criterios de evaluación generales del curso. Los **instrumentos de evaluación** son globalmente de tres tipos: observación de los alumnos en clase, al análisis de los trabajos realizados y las pruebas de calificación.

A principio de curso realizaremos una evaluación inicial para comprobar el nivel académico de mis alumnos. A lo largo del curso realizaremos tres evaluaciones, en donde comprobaremos la superación de los contenidos por parte de los alumnos.

Las **actividades específicas de evaluación** consistirán en:

- Contestar preguntas teóricas sobre conceptos importantes.
- Realizar varios ejercicios prácticos de aplicación de conceptos y empleo de diversas técnicas de cálculo.
- La realización de las pruebas de evaluación que serán por escrito y generalmente de una sesión.

Criterios de evaluación específicos de la unidad didáctica.

15. "Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos (diagramas de barras o de sectores, histogramas, etc., así como los parámetros estadísticos más usuales (media, moda, mediana y desviación típica), correspondientes a distribuciones sencillas y utilizar, si es necesario, una calculadora científica."

Tendremos en cuenta los siguientes criterios de evaluación:

1. Calcular e interpretar correctamente los parámetros estadísticos (media, moda, mediana, cuartiles, varianza, desviación típica, coeficiente de variación) para un conjunto de datos agrupados y no agrupados.
2. Utilizar el coeficiente de variación en la comparación de distribuciones.
3. Resolver problemas de la vida cotidiana que impliquen caracterizar la tendencia central y la dispersión de un conjunto de datos.
4. Utilizar la calculadora para simplificar los cálculos de los parámetros estadísticos.

Criterios de calificación.

Para la **calificación de los alumnos** se tendrá en cuenta:

- La actitud del alumno en clase.
- La participación del alumno en los trabajos en grupo.
- La resolución de los ejercicios de clase.
- El resultado de las pruebas de evaluación a lo largo de las tres evaluaciones.

La **nota global** de cada evaluación estará formada por las notas anteriores en la siguiente proporción: Pruebas de evaluación (80% de la nota final); actitud del alumno en clase, participación en el grupo, resolución de los ejercicios de clase y esfuerzo (20% de la nota final).

Criterios de recuperación:

Está previsto realizar exámenes de recuperación según lo siguiente:

- ✓ Recuperación de la primera evaluación durante la segunda.
- ✓ Recuperación de la segunda evaluación durante la tercera.
- ✓ Recuperación de todo el curso en junio al final de la tercera evaluación.

En el caso de no superar la materia de 3º de ESO en junio, el alumno deberá presentarse a un examen final en la convocatoria extraordinaria de septiembre.

10.- ATENCIÓN A LOS ALUMNOS CON NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES.

Atenderemos a la diversidad mediante adaptaciones curriculares no significativas basadas en los distintos tipos de actividades y en las diferentes maneras de presentar los contenidos. Mostraremos buena disposición a realizar todas las adaptaciones curriculares significativas necesarias de acuerdo con el Departamento de Orientación. El tratamiento de la diversidad debe producirse desde el momento de la detección de los distintos niveles de conocimientos y actitudes de los alumnos, introduciendo **actividades de refuerzo y de ampliación**, que abordando los mismos conocimientos, presentan el objeto a estudiar con distintos niveles de dificultad.

También es interesante "jugar" con los grupos de trabajo, formados unas veces por alumnos de capacidades similares, y otras por alumnos con diferentes capacidades en el tema en que se trabaja. Cuando en el grupo hay alumnos con necesidades educativas específicas, se establece coordinación con el resto de profesores que también trabajan con ellos, incluyendo, por supuesto, al jefe del Departamento de Orientación.

Cuando las circunstancias lo permitan, propondremos actividades de profundización o ampliación para aquellos alumnos con capacidades o intereses superiores.

11.- MATERIALES Y RECURSOS DIDÁCTICOS.

Recursos espaciales. El aula habitual, el aula de informática, la biblioteca.

Recursos didácticos. Además de los recursos obvios como la tiza, la pizarra, el libro de texto, compás, transportador de ángulos, etc., especialmente para esta unidad utilizaré artículos de prensa e información en general extraída de Internet, de la biblioteca, etc. Ordenadores, calculadoras.

Recursos humanos. Profesor.●

Bibliografía

Libros de diferentes editoriales de ESO: SM, Santillana, Bruño, Oxford, Anaya, Vicens Vives, Almadraba, McGraw-Hill.

Recursos matemáticos en Internet

descartes.cnice.mec.es: página del MEC. donde podemos encontrar ejercicios matemáticos que pueden realizar los alumnos en el aula de informática.

www.aula21.net/primera/portaleseducativos.htm: portal donde podemos encontrar varios enlaces a diferentes páginas con recursos educativos.

www.xtec.es/~jcorder1/entreten.htm: juegos y acertijos matemáticos.

Didactic Unit for B1 Level Students "Team Sports"

Título: Didactic Unit for B1 Level Students "Team Sports". **Target**: Profesores de Inglés, Profesores de Educación Física. **Asignatura**: Inglés, Educación Física. **Autor**: Isabel María García Conesa, Licenciada en Filologia Inglesa, Profesora Asociada de Inglés Centro Universitario de la Defensa de San Javier (UPCT -MDE), Profesora Francés Secundaria y EOI.

Introduction: In this topic, students will discuss different ways of getting to know people and explore their attitudes to computer games.

Title: Team Sports

Stage General Objectives: a, b, c, d, e, f, g

Subject General Objectives: 1, 2, 3, 4, 5, 7

Content Blocks: already stated

Evaluation Criteria: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

- Level: 3rd Form Compulsory Secondary Education. They study English as First Foreign Language. The group is made up of 30 students; 15 of them have an average level; there are five whose level is over the average and 10 whose level is rather poor, therefore our planning will include three different levels.

Justification of the unit: The students selected this title themselves. They found *Team Sports* very interesting for the large number of things, which could be commented on when exploiting it.

At the beginning of the school year they were given a chart with different attractive and related to their own interests and background. They had to tick fifteen favourite topics out of a list of thirty different ones; since by negotiating the content with the students they get much more involved in the teaching process. The topics chosen by the larger number of students were taken as the immediate reference of our classroom planning.

Connections: The unit has a direct connection with the:

- School Educational Project: Since the school has included in the Project as the most important aim the recognition of the elements of our planet.
- School Curricular Project: Relation with the areas of Natural Sciences, and Technology.
- Crosscurricular Topics: Environmental Education, Moral and Civic Education

Temporalization: The unit will be taught in the third term and will be the third unit of this term, since the two first ones are necessary for their previous knowledge of this particular one. This topic is directly linked to the special date of June 5th ‘Environment World Day’

Timing: Six fifty-minute sessions, that is, two weeks.

Specific Didactic Objectives: (always understood as capacities)

- Learn some facts about the sun
- Listen to tourists talking about holidays
- Answer a questionnaire to find out if you are a good traveller
- Choose your ideal holiday
- Read an Indian legend
- Extract specific information from a written document.
- Write a letter about a holiday.

Contents:

CONCEPTS	PROCEDURES	ATTITUDES
Functional: • Talk about sun words. • Sequencing events • Asking for information • Recognise the power of solar energy **Grammatical:** • Interrogative pronouns • Present Conditional. • Past Perfect. • Past Conditional. **Lexical:** • Revision: nature words and weather • Different places to go for a holiday • Energy resources • Words associated to the sun and the weather • **Phonological:** • Words coming from dialects • Words with similar pronunciation. • Intonation of exclamative sentences	• Follow the instructions given. • Contextualise a dialogue. • Guess the contents of a topic. • Predict information and check it afterwards. • Identify the correct formulae to follow a computer conversation. • Compare information with other classmates. • Look and match. • Listen and check. • Listen and repeat. • Unjumble a jumbled dialogue. • Scanning for key words. • Deduce vocabulary from context. • Identification of important elements of messages involving different codes • Coherent organisation of ideas	• Be interested in one's own learning process. • Respect other people's opinions. • Value one's own culture and that of the target language. • Participate in pair and group work. • Respect other people's possessions and items displayed in shops. • Make use of new learning and vocabulary.

Methodology

We will base it on the principles established by the law, but apart from that, every activity has its own specific methodology, mainly referred to number of students taking part, grouping, classroom management, grading of difficulty, etc.

Besides, we will take into account the constructivist activity of the student as an essential factor in the learning process. Thus, our task will consist of providing them with some opportunities to put that knowledge into practice. They will then develop the abilities and strategies of planning and regulation of their own learning activity.

The teacher must adjust the pedagogic help to the students' different needs and facilitate resources and varied strategies, which satisfy the students' motivations, interests and capacities, taking into account the three different ways for the treatment of diversity: curricular adaptations, optionality, and curricular diversification.

And finally, the outline of this compulsory stage, which is at the same time diversified, as well as its terminal and preparatory character makes essential the existence of an efficient teacher guidance that encourages the students' personal development and the capacities to take decisions about their academic and professional future. This guidance must contribute to the students' integral formation, facilitating their self-knowledge, autonomy, and initiative and favouring the development of personal criteria.

Materials

Here we include all the different materials used both by the teacher and the students. On the other hand, we also make the distinctions between authentic material, semi-authentic material, or material made by the teacher or the students.

We must emphasise on the use of attractive and motivating material. Here we also include any other aids used such as: overhead projector, CD-player or cassette player, TV, video, computer, etc. The material used throughout the didactic exploitation is also to be evaluated by the users.

As far as this topic is concerned we will work mainly with photocopies, monolingual and bilingual dictionaries, consulting books, song, posters, transparencies, different films, recordings, crosswords, etc.

Evaluation of the whole process

As far as evaluation is concerned we must evaluate everything:

- The students' <u>previous knowledge</u>, through a brainstorming session, although we can also set a written assessment.
- We must assess to which extent the students achieve the objectives established at the beginning, both **stage and didactic** ones. In order to check this the students will take a **written assessment** (to value individually their work) and the **final task** will also be marked to be marked their team work. In both cases the students will know what the **marking criteria** are, according to the agreement established by the English Department.
- We also take into account the overall opinion of the students along the five sessions established, since their view on the teaching-learning process is written down on the students' **self-assessment record**, or

co-assessment record, **evaluation of the teacher**, his/her **methodology**, well as the **evaluation of any material** used.

Summative Evaluation

Here we will take into account:

- The evaluation criteria established in relation to the didactic objectives and those established by the law.
- Marking criteria (60% written assessment, 20% final task, 5% attendance, 5% homework, 5% pair/group work, 5% effort).

Final Task: Poster

The final task of the planning will consist of the elaboration, in groups of four, of a sun poster. Summer is round the corner. You are going to make a sun poster to put everyone in a holiday mood. All the posters can be exhibited in the classroom and the class may even appoint for the best poster.

Activities

All the different activities are included in the sessions established for the development of this classroom planning.

The activities will be based on different means, and different techniques referred to the four skills: reading (skimming, scanning), writing (composition, poster), listening (recording from cassette, song) and speaking (oral participation).

It is important to add some out-of-school activity, which in the case of this topic would consist of taking the students to visit a centre where the sun and wind energies are accomplished, for example in Almeria. ●

Didactic Unit for B2 Level Students "Comparing Cultures"

Título: Didactic Unit for B2 Level Students "Comparing Cultures". **Target**: Profesores de Inglés. **Asignatura**: Inglés. **Autor**: Antonio Daniel Juan Rubio, Licenciado en Filologia Inglesa, Profesor Asociado Universidad Alicante, Profesor Secundaria Inglés.

Introduction: In this topic, students will analyse different cultures, avoiding at all times any form of discrimination.

Title: Comparing Cultures

Stage General Objectives: a, b, c, d, e, f, g

Subject General Objectives: 1, 2, 3, 4, 5, 7

Content Blocks: already stated

Evaluation Criteria: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

- **Level:** Bachillerato 2nd Form. They study English as First Foreign Language. The group is made up of 35 students; 20 of them have an average level, but not very high; there are 8 whose level is over the average and 7 whose level is rather poor, therefore our planning will include three different levels, although in the case of Bachillerato the students are forced to reach a certain level to be able to pass the so-called 'PAU'.

Justification of the unit: The students selected this title themselves. They found *Comparing Cultures* very interesting for the large number of things, which could be commented on when exploiting it.

At the beginning of the school year they were given a chart with different attractive and related to their own interests and background. They had to tick fifteen favourite topics out of a list of thirty different ones; since by negotiating the content with the students they get much more involved in the teaching process. The topics chosen by the larger number of students were taken as the immediate reference of our classroom planning.

Connections: The unit has a direct connection with the:

- School Educational Project: Since the school has included in the Project as one of the most important aims the widening of their knowledge and understanding of foreign cultures thorough different means.
- School Curricular Project: Relation with the common core subject of 'Spanish Language' or the standard language of the official autonomous community.
- Transversal Topics: Moral and Civic Education, Education for Equality of Opportunities, due to the presence of racial discrimination throughout the topic.

Temporalization: The unit will be taught in the second term and will be the third unit of this term, since the two first ones are necessary for their previous knowledge of this particular one. This topic is directly linked to the special date of March 21st 'International Day for Eradication of Racial Discrimination'.

Timing: Six fifty-minute sessions, that is, two weeks.

Specific Didactic Objectives: (always understood as capacities)

- Read and understand a text that makes a humorous comparison between British and North American culture.
- Revise some of the reading strategies studied in previous units.
- Write a dialogue showing two conflicting points of view using techniques to help the reader 'hear' the conversation.
- Revise and practice conditional clauses and do and make.
- Take part in a conversation about the status of foreigners living in the students' own country.
- Listen to and understand a conversation involving a Spanish language student giving her teacher her impressions of British life.

Contents:

CONCEPTS	PROCEDURES	ATTITUDES
Functional: • Reaction to racial discrimination. • Express opinions about different cultures. **Grammatical:** • Revision of conditional sentences. • Practise of expressions with do and make. **Lexical:** • British English vs. American English. • Different lexis: British-	• Follow the instructions given. • Contextualise a dialogue. • Guess the contents of a topic. • Predict information and check it afterwards. • Identify the correct formulae to follow a computer conversation. • Compare information with other classmates. • Look and match. • Listen and check. • Listen and repeat. • Unjumble a jumbled dialogue. • Identification of important elements of messages involving different codes	• Be interested in one's own learning process. • Respect other people's opinions. • Value one's own culture and that of the target language. • Participate in pair and group work. • Respect other people's possessions and items displayed in shops. • Make use of new learning and vocabulary.

American English. **Phonological:** • Recognise different pronunciations. • Correct stress and pronunciation of different accents.	• Coherent organisation of ideas	

Methodology

We will base it on the principles established by the law, but apart from that, every activity has its own specific methodology, mainly referred to number of students taking part, grouping, classroom management, grading of difficulty, etc.

Considering the fact that Bachillerato level is a Post-compulsory Stage, concepts will be emphasised much more than in previous years. The Organic Law assigns the students of Bachillerato an intellectual and human maturity, as well as the knowledge and abilities which enable them to carry out their social functions with responsibility and competence and to accede to higher studies.

Bachillerato methodology must encourage the students' autonomous work and stimulate their capacities for team work, to foster research and investigation techniques, and the applications and transferences of what has been learnt to real life.

Materials

Here we include all the different materials used both by the teacher and the students. On the other hand, we also make the distinctions between authentic material, semi-authentic material, or material made by the teacher or the students.

We must emphasise on the use of attractive and motivating material. Here we also include any other aids used such as: overhead projector, CD-player or cassette player, TV, video, computer, etc. The material used throughout the didactic exploitation is also to be evaluated by the users.

As far as this topic is concerned we will work mainly with photocopies, monolingual and bilingual dictionaries, consulting books, song, games, different copies, recordings, crosswords, etc.

Evaluation of the whole process.

As far as evaluation is concerned we must evaluate everything:

- The students' previous knowledge, through a brainstorming session, although we can also set a written assessment.
- We must assess to which extent the students achieve the objectives established at the beginning, both **stage and didactic** ones. In order to check this the students will take a **written assessment** (to value individually their work) and the **final task** will also be marked to be marked their team work. In both

cases the students will know what the **marking criteria** are, according to the agreement established by the English Department.

- We also take into account the overall opinion of the students along the five sessions established, since their view on the teaching-learning process is written down on the students' **self-assessment record**, or **co-assessment record**, **evaluation of the teacher**, his/her **methodology**, well as the **evaluation of any material** used.

Summative Evaluation

Here we will take into account:

- The evaluation criteria established in relation to the didactic objectives and those established by the law.
- Marking criteria (60% written assessment, 20% final task, 5% attendance, 5% homework, 5% pair/group work, 5% effort or something similar).

Final Task: Project

The final task of the planning will consist of the elaboration, in groups of four, of a research work or survey consisting on the elaboration and afterwards passing of a questionnaire through different school mares, asking whether they discriminate foreigners, if so why, or not, and if they think there is such a discrimination in the school, city, country. The conclusions can be presented in the school hall to the whole school community in the relevant day of March 21st (if available).

Activities

All the different activities are included in the sessions established for the development of this classroom planning.

All the different activities are included in the sessions established for the development of this classroom planning.

The activities will be based on different means, and different techniques referred to the four skills: reading (skimming, scanning), writing (composition, research), listening (song, recording from cassette) and speaking (oral participation).

It is important to add some out-of-school activity, which in the case of this topic would consist of spending a day-off with a group of foreign students in school, sharing their experiences and cultures. ●

Técnicas de recuento. Combinatoria

Título: Técnicas de recuento. Combinatoria. **Target**: Profesores de Matemáticas. **Asignatura**: Matemáticas. **Autor**: Emiliana Oliván Calzada, Licenciada en Matemáticas, Profesora de Matemáticas en Educación Secundaria.

1. INTRODUCCIÓN

La combinatoria estudia las diferentes formas en que se puede realizar la ordenación o agrupamiento de una serie de objetos siguiendo unas determinadas reglas ó condiciones. Según las características de las agrupaciones a realizar y de la naturaleza de los elementos a considerar se tienen: variaciones, permutaciones y combinaciones. La combinatoria actual nace con Pascal, a quien se debe el estudio del triángulo de Tartaglia muy útil en el cálculo de los coeficientes de los términos del desarrollo de la potencia de un binomio. Posteriormente, Laplace fue el primero en definir claramente la noción de probabilidad. También es importante la aplicación de la combinatoria a la Teoría de Grafos, fue Hamilton el que estableció los fundamentos de esta teoría.

Las técnicas de recuento, como preámbulo al análisis de la combinatoria tratan el estudio de las ordenaciones de elementos en conjuntos. Usaremos ejemplos de distribuciones de bolas en urnas para ir entendiendo y clasificando más los distintos *tipos de recuento* de elementos por medio de la combinatoria.

2. VARIACIONES ORDINARIAS

Veámoslo primero con un ejemplo: $V_{4,3}$: Hallar el número de distribuciones de tres bolas distinguibles (porque importa el orden) en cuatro urnas de modo que haya a lo sumo una bola por urna (porque no se pueden repetir). Designando por a, b, c, d las cuatro urnas podemos representar las distintas distribuciones por medio del diagrama conocido como árbol:

$$\begin{cases}
a\Lambda\Lambda\Lambda \begin{cases} b\Lambda\Lambda \begin{cases} c \to abc \\ d \to abd \end{cases} \\ c\Lambda\Lambda \begin{cases} b \to acb \\ d \to acd \end{cases} \\ d\Lambda\Lambda \begin{cases} b \to adb \\ c \to adc \end{cases} \end{cases} \\
b\Lambda\Lambda\Lambda \begin{cases} a\Lambda\Lambda \begin{cases} c \to bac \\ d \to bad \end{cases} \\ c\Lambda\Lambda \begin{cases} a \to bca \\ d \to bcd \end{cases} \\ d\Lambda\Lambda \begin{cases} a \to bda \\ c \to bdc \end{cases} \end{cases} \\
c\Lambda\Lambda\Lambda \begin{cases} a\Lambda\Lambda \begin{cases} b \to cab \\ d \to cad \end{cases} \\ b\Lambda\Lambda \begin{cases} a \to cba \\ d \to cbd \end{cases} \\ d\Lambda\Lambda \begin{cases} a \to cda \\ b \to cdb \end{cases} \end{cases} \\
d\Lambda\Lambda\Lambda \begin{cases} a\Lambda\Lambda \begin{cases} b \to dab \\ c \to dac \end{cases} \\ b\Lambda\Lambda \begin{cases} a \to dba \\ c \to dbc \end{cases} \\ c\Lambda\Lambda \begin{cases} a \to dca \\ b \to dcb \end{cases} \end{cases}
\end{cases}$$

"bac" significa que la primera bola va a la segunda urna, que la segunda bola va a la primera urna y que la tercera bola va a la tercera urna.

Dado que el número total de posibilidades es pequeño, un sencillo recuento nos proporciona un total de 24.

Hemos usado la técnica de recuento de enumeración, que consiste en obtener todas las posibilidades y el número de ellas. Notar que si hubiéramos tenido 20 bolas y 80 urnas la técnica anterior no nos serviría.

Observamos que cada rama se ramifica a su vez en un mismo número de ramas, luego el número total de caminos, es decir el número total de distribuciones de las tres bolas diferentes en las cuatro urnas con a lo sumo una bola por urna se obtiene, usando el principio de la multiplicación ó del producto, como producto de los diferentes números de ramificación, en nuestro caso $4 \times 3 \times 2 = 24$.

Hemos expuesto una técnica de recuento por recurrencia: La 1ª bola puede ir en cuatro urnas, a su vez por cada una de estas posibilidades, la 2ª bola puede ir en las tres urnas disponibles y a su vez la 3ª bola podrá ir en las dos urnas restantes, teniéndose, por tanto, un número de posibilidades igual a $4 \times 3 \times 2 = 24$.

En general, el número de distribuciones de n bolas en m urnas, con $1 \leq n \leq m$, de modo que haya a lo sumo una bola por urna es: $V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ..... \cdot [m-(n-1)]$ que llamaremos variaciones ordinarias de m elementos tomados de n en n. Esta expresión es fácil de obtener razonando por recurrencia.

NOTA: Si $n = m$ a las variaciones ordinarias de m elementos tomadas de m en m se les llama permutaciones ordinarias de m elementos, lo veremos en el apartado siguiente.

Esto nos sirve para entender la siguiente generalización:

<u>Definición</u>: Sea $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$ un conjunto de m elementos. Dado $n \in N$ tal que $1 \leq n \leq m$, llamaremos variación ordinaria de orden n a toda n-tupla $(a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in})$ tal que $a_{ij} \in A \quad \forall j \in \{1,2,...,n\}$ y $a_{ij} \neq a_{ik} \quad \forall j \neq k$.

Notar que, dos variaciones ordinarias de orden n serán iguales si y sólo si tienen los mismos elementos y en el mismo orden. Al número de variaciones ordinarias de orden n que se pueden formar con los m elementos de A, se le designa por $V_{m,n}$. Es evidente que $V_{m,n}$ coincide con el número de distribuciones de n bolas diferentes en m urnas designadas $a_1, ..., a_m$ con a lo sumo una bola por urna. Llamaremos a $V_{m,n}$ <u>*variaciones de m elementos tomados de n en n.*</u> $V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ..... \cdot [m-(n-1)]$

<u>Observación</u>: Al intentar determinar el número de aplicaciones inyectivas entre dos conjuntos, surge de nuevo el concepto de variación ordinaria.

Sean $N = \{1,2,...,n\}$ y M un conjunto finito tal que tiene m elementos, es decir, m=card (M) con $1 \leq n \leq m$. Es evidente que el número de aplicaciones inyectivas de N en M es $V_{m,n}$. De ahí, formalmente que una variación ordinaria de orden n formada con los m elementos de M, sea una aplicación inyectiva de N en M.

3. PERMUTACIONES ORDINARIAS

Se trata de un caso particular de las variaciones ordinarias cuando n=m. Análogamente a las variaciones vamos a verlo con un ejemplo: Hallar el número de distribuciones distinguibles de 4 bolas diferentes (porque importa el orden) en cuatro urnas, de modo que todas las urnas estén ocupadas.

Se puede resolver mediante un diagrama de árbol o y utilizando la técnica de enumeración, pero es conveniente observar que estamos ante un caso particular de las variaciones ordinarias tomando m=n=4. Así la solución es $V_{4,4} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

En general, el número de distribuciones de n bolas diferentes en n urnas, de modo que haya a lo sumo una bola por urna es: $P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) ... \cdot 2 \cdot 1 \equiv n!$. Este número se representa por $n!$ y se lee n factorial o factorial de n. En nuestro caso $P_4 = 4! = 24$.

Podemos ver ahora la siguiente generalización:

<u>Definición</u>: Dado $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$ conjunto de m elementos, definimos permutación ordinaria de orden m, con los elementos de A, a toda m-tupla $(a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{im})$ tal que $a_{ij} \in A \quad \forall j \in \{1,2,..., m\}$ y $a_{ij} \neq a_{ik} \quad \forall j \neq k$. Al número de permutaciones que se pueden formar con los m elementos de A lo denotamos P_m. Notar que $P_m = V_{m,m} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ...2 \cdot 1 = m!$

A dicho número lo llamamos <u>permutaciones de m elementos.</u>

Nota: Teniendo en cuenta el convenio $0!=1$ podemos obtener si $1 \leq n \leq m$, la fórmula:

$$V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot \ldots \cdot [m-(n-1)] = \frac{m \cdot (m-1) \cdot \ldots \cdot [m-(n-1)] \cdot (m-n)!}{(m-n)!} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Observación: Al intentar determinar el número de aplicaciones biyectivas entre dos conjuntos N y M con el mismo número de elementos, es decir, card (N)=n=m=card (M), surge de nuevo el concepto de permutación ordinaria.

Es evidente que el número de aplicaciones biyectivas de N en M es P_m, donde m es el número de elementos de N y de M.

De ahí que una permutación ordinaria de m elementos es una aplicación biyectiva de N en M.

4. VARIACIONES CON REPETICIÓN

Veámoslo con un ejemplo: $VR_{3,2}$: Hallar el número de distribuciones distinguibles de dos bolas diferentes (porque importa el orden) en tres urnas. Ahora puede haber más de una bola por urna, es decir, podemos repetir urna. El diagrama en árbol en este caso será:

$$\begin{cases} a\Lambda\ \Lambda\ \Lambda \begin{cases} a \to aa \\ b \to ab \\ c \to ac \end{cases} \\ b\Lambda\ \Lambda\ \Lambda \begin{cases} a \to ba \\ b \to bb \\ c \to bc \end{cases} \\ c\Lambda\ \Lambda\ \Lambda \begin{cases} a \to ca \\ b \to cb \\ c \to cc \end{cases} \end{cases}$$

En consecuencia existen 9 posibilidades. Para la primera bola tenemos 3 posibilidades y como podemos repetir urna, para la segunda bola tendremos otras tres, entonces existen $3 \times 3 = 9$ posibilidades.

Utilizando una técnica de recuento por recurrencia, el número de formas de colocar n bolas diferentes en m urnas ($m \geq 1$) será: $VR_{m,n} = m \cdot m.....m \cdot m = m^n$. Esto nos sirve para dar la siguiente definición:

Definición: Dado $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$conjunto de m elementos, definimos variación con repetición de orden n, a todo elemento de $A^n = A \times A \times \ldots \times A \equiv$ toda n-tupla $(a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in})$ tal que $a_{ij} \in A \quad \forall j \in \{1,2,...,n\}$ donde no es necesario que $a_{ij} \neq a_{ik} \quad \forall j \neq k$

Notar que los elementos que integran una variación con repetición no tienen por qué ser diferentes, ni tampoco es necesario que $n \leq m$. Al número de variaciones con repetición de orden n que se pueden formar con los m elementos de A lo designaremos por $VR_{m,n} = VR_m^n$, es evidente que este número coincide con el número de distribuciones de n bolas distintas en m urnas, por lo que $VR_{m,n} = m^n$ (puede haber más de una bola por urna).

Observación: Al intentar determinar el número de aplicaciones entre dos conjuntos aparece el concepto de variación con repetición. Sea $N = \{1,2,...,n\}$ y M un conjunto finito con $m \geq 1$ elementos. El número de aplicaciones de N en M es obviamente $VR_{m,n}$

Luego formalmente, al identificar una aplicación con su imagen, una variación con repetición de orden n formada con los m elementos de M, es una aplicación de N en M.

5. COMBINACIONES ORDINARIAS

Veámoslo con el siguiente ejemplo: Hallar el número de distribuciones de tres bolas iguales (porque no importa el orden) en cuatro urnas, de modo que haya a lo sumo una bola por urna.

En el caso en que las bolas eran distinguibles, las distribuciones “abc” y “bac” eran distintas; como ahora las bolas son iguales estas dos distribuciones son la misma. Ocurre lo mismo con las ternas (a,b,d), (a,c,d) y (b,c,d). Así: abc=bac=cba=acb=bca=cab, es decir, en este caso estas seis posibilidades se reducen a una sola posibilidad. Luego las 24 distribuciones que teníamos en caso que las bolas fueran distinguibles se reducen a $\frac{24}{6} = 4$ distribuciones diferentes cuando las bolas son iguales.

Hemos dividido por seis las posibilidades, que son las permutaciones de tres elementos, que son las formas de ordenar tres bolas, ya que éstas se reducen a una cuando no distinguimos las bolas.

Así, por recuento por recurrencia, el número de distribuciones de n bolas indistinguibles en m urnas, $1 \leq n \leq m$, de modo que a lo sumo haya una bola por urna (una vez elegida una urna no puede elegirse otra vez) es:

$$C_{m,n} = \frac{m \cdot (m-1) \ldots [m-(n-1)]}{n!} = \frac{V_{m,n}}{n!} = \frac{V_{m,n}}{P_n}.$$

Podemos dar ahora la siguiente definición:

Definición: Sea $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$, conjunto de m elementos. Llamaremos combinaciones ordinarias de orden n $1 \leq n \leq m$ de los m elementos de A, a los diferentes subconjuntos de n elementos que se pueden formar con los m elementos de A (una vez elegido un elemento no puede volver a elegirse). Notar que, dos combinaciones de orden n serán distintas si y sólo si difieren en algún elemento, ya que no se considera el orden. Designaremos por $C_{m,n}$ al número de combinaciones distintas de orden n que se pueden formar con los elementos de un conjunto de m elementos $1 \leq n \leq m$.

Es evidente que $C_{m,n}$ coincide con el número de distribuciones de n bolas iguales en m urnas $1 \leq n \leq m$, con a lo sumo una bola por urna. Tenemos entonces:

$$C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{n!} = \frac{m \cdot (m-1) \ldots [m-(n-1)]}{n!} = \frac{m \cdot (m-1) \ldots [m-(n-1)](m-n)!}{n! \cdot (m-n)!} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$$

Observación:

Sea M un conjunto finito tal que card (M)=m≥ 0 y sea T=$\{0,1\}$. Sea n$\in N$ tal que $0 \leq n \leq m$. Se tiene que $C_{m,n}$ coincide con el número de aplicaciones $\begin{array}{l} f: M \rightarrow T=\{0,1\} \\ \quad x \rightarrow f(x) \end{array}$ tales que: $Card\left(f^{-1}(1)\right)=n.$ y $Card\left(f^{-1}(0)\right) \neq n.$

Si f(x) =1 para un cierto $x \in M$ se dice que x no pertenece a la combinación.

Si f(x) = 0 para un cierto $x \in M$ se dice que x no pertenece a la combinación.

Si $n=0$, $\left(f^{-1}(1)\right)=\phi$, luego $C_{m,0}=1$

Nota: Vamos a introducir ahora los números combinatorios porque son de gran utilidad en las combinaciones.

Definición: Para m y n naturales $n \leq m$, definimos: $\binom{m}{n}=\frac{m!}{n!(m-n)!}$. Dicha expresión la leeremos m sobre n ó número combinatorio de m sobre n. A m le llamamos numerador y a n orden. Así tenemos que $C_{m,n}=\binom{m}{n}$. Propiedades de los números combinatorios:

a) $\binom{m}{0}=\frac{m!}{0!\cdot m!}=\frac{m!}{1\cdot m!}=1$ b) $\binom{m}{m}=\frac{m!}{m!\cdot(m-m)!}=\frac{m!}{m!\cdot 0!}=1$

c) $\binom{m}{n}=\binom{m}{m-n}$. Veámoslo: $\binom{m}{n}=\frac{m!}{n!\cdot(m-n)!}=\frac{m!}{[m-(m-n)]!\cdot(m-n)!}=\binom{m}{m-n}$

d) $\binom{m}{n}=\binom{m-1}{n-1}+\binom{m-1}{n}$. Veámoslo:

$$\binom{m-1}{n-1}+\binom{m-1}{n}=\frac{(m-1)!}{(n-1)!\cdot[m-1-(n-1)]!}+\frac{(m-1)!}{n!\cdot(m-1-n)!}=$$
$$=\frac{(m-1)!\cdot n}{(n-1)!\cdot(m-n)!\cdot n}+\frac{(m-1)!\cdot(m-n)}{n!(m-n-1)(m-n)}=\frac{(m-1)![n+m-n]}{n!\cdot(m-n)!}=\frac{m!}{n!\cdot(m-n)!}=\binom{m}{n}$$

Esta igualdad permite obtener rápidamente los números combinatorios de numerador m, conocidos los de numerador m-1. Se obtiene así, el triángulo aritmético atribuido a Tartaglia, aunque de origen mucho más antiguo.

$$\binom{0}{0}=1 \qquad\qquad m=0$$

$$\binom{1}{0}=1 \quad \binom{1}{1}=1 \qquad\qquad m=1$$

$$\binom{2}{0}=1 \quad \binom{2}{1}=2 \quad \binom{2}{2}=1 \qquad m=2$$

$$\binom{3}{0}=1 \quad \binom{3}{1}=3 \quad \binom{3}{2}=3 \quad \binom{3}{3}=1 \quad m=3$$

Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ Λ

Cada elemento es suma de los dos elementos superiores a él. Escritas las dos líneas laterales oblicuas de unos, se forma rápidamente teniendo en cuenta que cada elemento es suma de los que tiene encima.

e) $\binom{n+1}{k+1}=\binom{k}{k}+\binom{k+1}{k}+\binom{k+2}{k}+\ldots+\binom{n}{k}$

Dem: Tomamos $\binom{k}{k}=\binom{k+1}{k+1}$

Así:

$$\binom{k}{k}+\binom{k+1}{k}+\binom{k+2}{k}+\ldots+\binom{n}{k}=\underline{\binom{k+1}{k+1}+\binom{k+1}{k}}+\ldots+\binom{n}{k}=$$

$$\binom{k+2}{k+1}+\binom{k+2}{k}+\binom{k+3}{k}+..+\binom{n}{k}=\binom{k+3}{k+1}+\binom{k+3}{k}+\ldots+\binom{n}{k}=\binom{n}{k+1}+\binom{n}{k}=\binom{n+1}{k+1}$$

6. COMBINACIONES CON REPETICIÓN

Vamos a verlo con un ejemplo: Hallar el número de distribuciones de tres bolas iguales en cinco urnas (una urna puede contener más de una bola).

Codificaremos las distribuciones con puntos y rayas de la siguiente forma:

$\underline{\bullet\bullet}\,|\underline{\ \ }|\underline{\ \ }|\,\bullet\,|\underline{\ \ }$ $\longrightarrow$ Primera urna 2 bolas y cuarta urna una bola.

$5\ \ urnas$

Es decir, las bolas son puntos y las urnas los espacios entre dos líneas verticales, salvo la primera y la última ya que les falta la primera y la última línea respectivamente.

Así las distribuciones serán el número de ordenaciones distintas de tres puntos (número de bolas) y cuatro rayas (número de urnas menos uno) ó bien, el número de formas de elegir tres lugares (los que ocupan los puntos) de los siete lugares (3+4 es decir, puntos más rayas) ó bien, el número de formas de elegir cuatro lugares (los que ocupan las rayas) de los siete lugares (3+4 es decir puntos más rayas) y así tenemos combinaciones sin repetición:

Así el número buscado es:

- Tres lugares de 7: $\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3!}=\frac{3\ \textit{factores empezando por } 7}{3!}$

$7\cdot 6\cdot 5$ (La 1ª bola puede ir a 7 lugares, la 2ª bola puede ir a 6 lugares y la 3ª bola puede ir a 5 lugares), y dividimos por $3!$ porque el orden no importa ya que los tres puntos son iguales.

- Cuatro lugares de 7: $\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{4!}=\frac{4\ \textit{factores empezando por } 7}{4!}$

$7\cdot 6\cdot 5\cdot 4$ (La 1ª raya puede ir a 7 lugares, la 2ª raya puede ir a 6 lugares, la 3ª raya puede ir a 5 lugares y la 4ª raya puede ir a 4 lugares), y dividimos por $4!$ porque el orden no importa ya que las 4 rayas son iguales.

Es decir, $CR_{5,3}=C_{7,3}=35$ (si elegimos los tres puntos) ó $CR_{5,3}=C_{7,4}=35$ (si elegimos las cuatro rayas).

Generalizando, el número de distribuciones de n bolas iguales en m urnas, es decir, la elección de $m-1$ lugares (rayas) de entre $m-1+n$, ó bien, la elección de n lugares (puntos) entre $m-1+n$ será:

$$CR_{m,n}=\frac{(m+n-1)\cdot(m+n-2)\ldots[m+n-(m-1)]}{(m-1)!}=C_{m+n-1,m-1}\ \text{si elegimos m-1 lugares.}$$

$$CR_{m,n}=\frac{(m+n-1)\cdot(m+n-2)\ldots[m+n-n]}{n!}=C_{m+n-1,n}\ \text{si elegimos n lugares.}$$

Así, podemos entender la siguiente definición:

Definición: Dado el conjunto $A=\{a_1,a_2,\ldots a_m\}$, llamaremos combinaciones n-arias con repetición, a los distintos grupos de n elementos, iguales o distintos (una vez elegido un elemento puede volver a elegirse), que se pueden formar con los m elementos, de modo que dos grupos son distintos si y sólo si difieren en algún elemento.

Notar que $m,n\in N-\{0\}$ y que no tiene por qué ser $n\le m$.

Al prescindir del orden, sólo nos interesa saber cuántas veces entra a formar parte de la combinación n-aria el elemento a_1, cuántas el a_2 y así sucesivamente cuántas el a_m.

Designamos por $CR_{m,n}$ al número de combinaciones con repetición de m objetos tomados n a n.

Es evidente que $CR_{m,n}$ coincide con el número de distribuciones distinguibles de n bolas idénticas en m urnas, de donde: $CR_{m,n}=\frac{(m+n-1)(m+n-2)\ldots m}{n!}=\binom{m+n-1}{n}=\binom{m+n-1}{m-1}$

Observación: Sea $M=\{a_1,a_2,...,a_m\}$ y $p=\{0,1,...,p\}$. $CR_{m,n}$ es el número de aplicaciones f de M en p tales que $\sum_{x\in M} f(x)=n$. Así una de estas aplicaciones recibe el nombre de combinación con repetición de orden n de los m elementos de M.

7. PERMUTACIONES CON REPETICIÓN

Veámoslo con un ejemplo: Hallar el número de distribuciones de seis bolas diferentes en cuatro urnas, de modo que la primera urna contenga dos bolas, la segunda urna contenga tres bolas y la cuarta urna la bola restante.

De las seis bolas hay que seleccionar las dos que ocupan la primera urna, que lo podemos hacer de $\frac{6\cdot 5}{2!}$ formas. Con las cuatro bolas restantes hay que elegir las tres bolas que ocuparán la segunda urna, que lo podemos hacer de $\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}$ formas. La bola restante irá a la cuarta urna de $\frac{1}{1!}$ formas. Luego hay $\frac{6\cdot 5}{2!}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}\cdot\frac{1}{1!}=\frac{6!}{2!\cdot 3!\cdot 1!}$ formas. Como $0!=1$ la fórmula queda: $\frac{6!}{2!\cdot 3!\cdot 0!\cdot 1!}$ $\frac{\rightarrow n^{o}\, bolas}{\rightarrow n^{o}\, bolas\ en\ cada\ urna}$.

Generalizando, el número de distribuciones posibles de n bolas diferentes distribuidas en k urnas, de modo que los k números naturales (incluido el cero) $r_1, r_2,..., r_k$ (donde $r_1+r_2+...+r_k=n$) sean los números de ocupación de las urnas 1,2,...., k respectivamente es:

$$PR_n^{r_1,r_2,...,r_k}=\frac{n!}{r_1!\cdot r_2!...r_{k!}}\ con\ r_1+r_2+\Lambda+r_k=n$$

Así, podemos entender la siguiente definición:

<u>Definición</u>: Dados n elementos de los cuales hay α iguales entre sí, otros β iguales entre sí,..., y finalmente λ iguales entre sí, con $\alpha+\beta+...+\lambda=n$, definimos permutaciones con repetición como las diferentes ordenaciones de estos n elementos de los que hay α iguales, β iguales,.. y finalmente λ iguales.

Denotamos a dichas permutaciones por $P_n^{\alpha,\beta,...,\lambda}$.

Notar que $n\in N-\{0\}$ y que si alguno de los naturales $\alpha,\beta,....,\lambda$ es cero no complica nada porque se puede prescindir de él ya que $0!=1$

Hay que elegir α lugares a ocupar por los α elementos iguales de los n lugares totales, esto se puede hacer de $\binom{n}{\alpha}$ formas.

De los $(n-\alpha)$ lugares restantes hay que elegir β lugares a ocupar por los β elementos iguales, esto se puede hacer de $\binom{n-\alpha}{\beta}$ formas.

Y así sucesivamente hasta que queden λ lugares a ocupar por los últimos λ elementos, esto se puede hacer de $\binom{\lambda}{\lambda}$ formas. Entonces:

$$PR_n^{\alpha,\beta,\dots,\lambda} = \binom{n}{\alpha}\binom{n-\alpha}{\beta}\binom{n-\alpha-\beta}{\gamma}\dots\binom{\lambda}{\lambda} = \frac{n!}{\alpha!\cdot(n-\alpha)!}\cdot\frac{(n-\alpha)!}{\beta!(n-\alpha-\beta)!}\cdot\frac{(n-\alpha-\beta)!}{\gamma!(n-\alpha-\beta-\gamma)!}\cdot\Lambda\,\frac{\lambda!}{\lambda!} =$$

$$= \frac{n!}{\alpha!\beta!\gamma!\Lambda\,\lambda!} \to PR_n^{\alpha,\beta,\dots,\lambda} = \frac{n!}{\alpha!\cdot\beta!\cdot\dots\lambda!} \quad con \quad \alpha+\beta+\dots+\lambda = n$$

Observación: Sean $M = \{1,2,3,\dots,m\}$ y $N = \{a,b,c,\dots,h\}$. Sean $\alpha,\beta,\dots,\lambda$ números naturales tales que $\alpha+\beta+\dots+\lambda = m$. Supongamos que tenemos m elementos tales que el número de "a" es α, el número de "b" es β,......., el número de "h" es λ.

Es inmediato que $PR_m^{\alpha,\beta,\dots\lambda}$ será el número de aplicaciones de M en N tales que $Card(f^{-1}(a)) = \alpha$; $Card(f^{-1}(b)) = \beta$;...., $Card(f^{-1}(h)) = \lambda$.

De una tal aplicación f diremos formalmente que es una permutación de m elementos de los que α son "a", β son "b",...., λ son "h".

NOTA: Es importante tener en cuenta lo siguiente:

En las variaciones y en las permutaciones importa el orden de los elementos. Ejemplos: Quiniela de fútbol. Números que hay en las matrículas de los coches.

En las combinaciones no importa el orden de los elementos. Ejemplo: Lotería primitiva.

Resumiendo:

Influye el orden $abc \neq bca$	No entran todos los elementos en cada uno de los grupos: Variaciones.	No se puede repetir ningún elemento en ningún grupo	$V_{m,n}$
		Si se pueden repetir los elementos en un grupo	$VR_{m,n}$
	Deben entrar todos los elementos en un grupo: Permutaciones.	No se puede repetir ningún elemento en ningún grupo	P_m
		Se repiten los elementos en los grupos	$PR_m^{a,b,c}$
No influye el orden $abc = bca$ Combinaciones		No se pueden repetir los elementos en ningún grupo	$C_{m,n}$
		Si se pueden repetir los elementos en los grupos	$CR_{m,n}$

8. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Este tema es importante para estudiar Estadística y Probabilidad. Entre los criterios de evaluación figura el siguiente: "Interpretar probabilidades y asignarlas a sucesos correspondientes a fenómenos aleatorios simples y compuestos utilizando técnicas de conteo directo, recursos combinatorios y las propiedades fundamentales de la probabilidad de sucesos". ●

Bibliografía

Engel, A. Probabilidad y Estadística. Ediciones Mestral

Glaymann, M. y Varga, T. Las probabilidades en la escuela. Editorial Teide.

Grupo Cero. Matemáticas de 1º BUP. Editorial Teide.

Rey Pastor, J. Análisis algebraico. Madrid, 1966.

Cuando el saber sí ocupa lugar. El caso de Sor Juana Inés de la Cruz

Título: Cuando el saber sí ocupa lugar. El caso de Sor Juana Inés de la Cruz. **Target**: Filología, Estudios Hispánicos. **Asignatura**: Literatura Universal, Literatura Hispanoamericana. **Autor**: Raquel Reyes Díaz, Licenciada en Filología Inglesa y Filología Hispánica, Profesora en Educación Secundaria.

LOS TEMAS EN LA POESÍA DE SOR JUANA

"El derecho a saber es como el derecho a vivir. Es fundamental e incondicional en su suposición de que el conocimiento, como la vida, es algo deseable"

G. B. Shaw - *The Doctor's Dilemma* (1913)

La vida de Sor Juana Inés no pasa desapercibida a nadie: autodidacta, luchadora, valiente y perspicaz. Tanto su personalidad y su obra brillan con luz propia aunque su talento fue diluido en medio de la mediocridad donde le tocó vivir.

Sor Juana trató varios temas en su poesía. Con respecto al mundo amoroso, su obra puede dividirse en tres grupos de poemas: los que tratan de la casuística amorosa, los de índole personal y los de amistad. Por otro lado aparecen versos que pertenecen al grupo de poemas de circunstancias, jocosos y satíricos, y religiosos. Comprenden la mitad de la obra poética de la monja. Estos poemas, lejos de carecer de interés literario, son el fiel reflejo de una época y de una estética, ya que todos los poetas barrocos los escribieron con profusión. Finalmente está el grupo de poemas de tema filosófico–moral.

Este último grupo merece nuestra atención, ya que a pesar de la escasa cantidad de versos pertenecientes a él ahí se encuentra lo mejor del conjunto de su poesía. En este caso la autora adopta la forma poética como vehículo para comunicar ideas. Su poema más largo y más célebre, *El Sueño*, llamado así inicialmente, trata de la búsqueda del conocimiento, una aspiración al saber absoluto, "una aventura intelectual emprendida por la mente", y que termina en la desconfianza.

Podemos ver este movimiento ascendente hacia el saber en poetas inmediatamente anteriores como Fray Luis, quien opinaba que "ni se compara con oro fino ni con diamante precioso el verdadero saber". Su movimiento hacia el saber se orienta también en sentido ascendente, aunque sor Juana incluye también los fracasos y desilusiones, e.g. Ícaro, debido a que las limitaciones y los obstáculos forman también parte de la naturaleza del hombre.

El mundo del sueño pertenece también al tópico renacentista y barroco. En la canción de Fernando de Herrera *Al Sueño*, el sueño es aquí el dios mitológico que con sus alas perezosas y tardo vuelo esparce por el sereno y adormecido cielo la armonía que induce al sueño. El poeta se dirige a él rogándole el favor de procurarle el dormir, no conseguido ya muy adelantada la noche y cercana el alba, por tener su pensamiento en la amada. Es una

invocación al Sueño, pidiéndole el descanso que él da. Ya más tarde, Lope de Vega tiene un poema "La batalla de honor" también dedicado al sueño, también en forma vocativa. Sueño reparador de las penas de amor.

Blando sueño amoroso, dulce sueño,
Cubre mis ojos porque vaya a verte,
(...)
Ven sueño, ven revuelto en agua mansa
A entretener mi mal, a suspenderme,
Pues en tus brazos su rigor amansa.
Ven, sueño, a remediarme y defenderme,
Que un triste, mientras sueña que descansa,
Por lo menos descansa mientras duerme.

EL CONOCIMIENTO Y LA COMPRENSIÓN DEL MUNDO

"Los que están despiertos tienen un mundo en común; los que duermen tienen cada uno un mundo privado para sí".

Heráclito – *Fragmentos* (s.V a.C.)

El conocimiento y la comprensión del mundo son una constante en la obra de sor Juana. El entendimiento se traduce en entender conceptualmente la realidad, mediante observar atentamente la naturaleza y todas las cosas de que el universo se compone.

Los 975 versos que forman *Primero Sueño* revelan un anhelo ardiente de conocer los secretos naturales del universo, no sólo en su limitación de mujer y religiosa, sino del ser humano en general. Aunque por mucho que desee comprenderlo todo no es capaz de una intuición infinita. Y, sin embargo, el ejercicio de su razón es la única gloria del ser humano. Su método para aprehender y comprender el mundo es una ordenada sucesión de actividades partiendo de los seres inanimados, para pasar al reino vegetal, de allí al animal, y finalmente al hombre. Aúna, al igual que los clásicos, el conocimiento científico con el artístico.

En *Primero Sueño*, el protagonista del poema no tiene nombre ni edad ni condición. Es el alma humana. Y no se refiere al alma humana de un particular sino a la aspiración de la humanidad en general. Esta impersonalidad nos confirma el carácter alegórico y ejemplar del poema. Para sor Juana las almas no tienen sexo. El alma es una prisionera del cuerpo. Durante el sueño, tópico muy usado en la tradición literaria, el alma se libera del cuerpo y vuela.

A lo largo de *Primero Sueño*, sor Juana hace uso de diferentes tópicos para enseñarnos con su ejemplo: renacentistas como las flores; de la naturaleza como el águila mitológicos como el ejemplo de Faetón; religiosos, la torre de Babel; históricos, las pirámides; biológicos, el cuerpo humano. Así, el águila no debe rendirse al sueño, sino a guardar el de los demás. Faetón e Ícaro representan la soberbia y la ambición: el hombre no debe aspirar a las cosas que le son imposible. El cuerpo humano nos enseña que lo más importante del hombre es el alma. Durante el viaje el alma analiza la realidad de forma deductiva, y su posición final es el escepticismo, aunque un escepticismo diferente de otros ejemplos anteriores. Por ejemplo, San Agustín afirma que el escepticismo puede superarse de raíz sólo mediante la revelación. El punto de vista sorjuaniano en cambio nos lleva a la creatividad literaria para superarlo. Orienta todo su esfuerzo en el arte. No se debe renunciar al intento, ya que el propio esfuerzo realizado justifica esa búsqueda hacia el conocimiento. El poema comienza con la llegada inevitable de la noche, y termina con la aparición del sol, que con su luz ilumina el cosmos. Así, de forma cíclica, nuestro conocimiento también nos lleva a pasar por momentos de luz y de sombras.

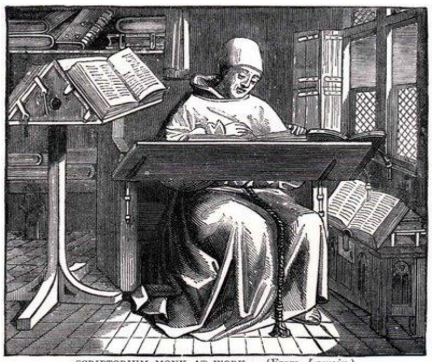
El ser humano tiene límites cuando se trata de apoderarse del conocimiento y aspirar al de Dios. Ése parece ser el mensaje del *Sueño*. El alma, para sor Juana, es la esencia del ser humano, es la inteligencia conocedora. Por eso intenta acercarse a Dios, por su sabiduría infinita. Por medio del sueño, finge que su entendimiento pretende apoderarse de todo el universo. Fracasa en su intento y fracasa el entendimiento. Ante el fracaso de su sueño, no lleva sin embargo a completa decepción; el hecho de investigar y reflexionar sobre el mundo es ya inteligencia.

ESE CONOCIMIENTO AL QUE ELLA ASPIRÓ Y ESA COMPRENSIÓN QUE NUNCA TUVO

"Los sabios siempre tienen impaciencia, porque aquél que aumenta su conocimiento aumenta la impaciencia de los tontos"

Baltasar Gracián *El Arte de la Sabiduría* (1647)

Juana Inés Ramírez de Asbaje vivió en un mundo que no supo comprender ni valorar su grandeza. Se movía en el claustro en un ambiente hostil, hasta el punto que la admiración no lograba contrarrestar el daño que "con declarado odio y malevolencia me han perseguido". En la *Respuesta* ella cita de Baltasar Gracián, afirmando que las ventajas en el entendimiento lo son en el propio ser, no ya riquezas ni poder.


SCRIPTORIUM MONK AT WORK. (From *Lacroix*.)

Nació el 12 noviembre de c.1651. Murió en 1695. Ingresó en el Convento de las Carmelitas Descalzas en agosto de 1667, y salió 3 meses después, seguramente debido a la férrea disciplina de este lugar. Entró en 1669 en el Convento de San Jerónimo. Se metió a monja porque era "lo menos desproporcionado y lo más decente que podía elegir". Huyó así de la vida ordinaria de las mujeres de su época. Después de haber vivido y convivido durante varios años en la Corte, con toda la dimensión social y humana que ello le ofrecía, además conocida por ser de una personalidad muy agradable y de amena conversación, su vida de monja supuso un contraste muy difícil de llevar. Luchó por hacer menos desagradable su cautiverio, muchas veces desesperante, en donde ella misma veía contrariada y humillada su propia vocación.

Quedó su intelecto reducido a la autoridad del otro: "Lo más propio de la necedad es no conocerse y tenerse por sabia", Fray Luis de León. El padre Antonio Núñez de Miranda y sus procedimientos hicieron todo tipo de cosas para disuadir a sor Juana: primeramente seguro que con actitud paternal, incluso considerándose benévolo, para luego exigir más y proponerle que renunciara a las letras y al estudio. Tuvo ella que pasar por un calvario –su propia via crucis- de retractaciones y abjuraciones. Pasó también por un humillante y desagradable periodo de confesiones, según la autoridad del otro "por haber ofendido a Dios".

Se juzgó mal su amor al estudio, sus escritos y su contacto con el mundo exterior (cartas, tertulias...) Se consideraba todo esto un pecado por ser ella religiosa y estar casada con Dios. En una carta de retractación al tribunal divino ella misma pide que se ha equivocado y que le sean perdonados todos sus pecados, que son muchos. Escrita de su puño y letra, el contenido de su discurso no es el suyo, son sólo fórmulas religiosas. Hace una petición al cumplir 25 años en la profesión, de 1669 a 1694, para vivir enteramente en la religión.

Se tuvo que desapegar de sus libros, vendidos para pagar limosnas, más cierta cantidad de dinero que se le exigió para este fin.

EL ESTUDIO Y LA ERUDICIÓN, VERDADERO TESORO DE SOR JUANA

"El conocimiento es poder" Francis Bacon. *Meditationes Sacrae* (1597)

En la famosa *Respuesta* Sor Juana afirma que los estudios, la lectura y la investigación la llevarían poco a poco a alcanzar al Altísimo, pues creía que "todas las artes, humanas y divinas, se relacionaban y se ayudaban". Ahí es adonde ella pretende llegar con su conocimiento.

Era consciente de que su anhelo de saber, su verdadero tesoro, despertaba todo tipo de comentarios negativos. Comparó su eminencia con las otras eminencias que, desde un puesto encumbrado, está expuesta a todas las críticas. "Ni se compara con oro fino ni con diamante precioso el verdadero saber". Esta frase se vuelve muy cierta, no sólo en cuanto a la valía del propio conocimiento sino, como en el caso de Sor Juana, a lo difícil de su obtención. ●

Bibliografía

Castro López, Octavio, *Sor Juana y el Primero Sueño*, Veracruz, Universidad veracruzana, 1982.

Eliade, Mircea, *Aspectos del mito*, Barcelona, Ed. Paidós Ibérica, 1998.

González Boixo, José Carlos, ed., *Sor Juana Inés de la Cruz, Madrid*, Cátedra, 2001.

González Salas, Gonzalo, "Primero sueño como teoría del conocimiento", en *Sor Juana y su mundo: Una mirada actual*, México, Fondo de Cultura Económica.

Paz, Octavio, *Sor Juana Inés de la Cruz o las trampas de la fe*, Barcelona, Seix Barral, 1982.

Sabat de Rivers, Georgina, *El sueño de Sor Juana Inés de la Cruz: tradiciones literarias y originalidad*, Londres, Támesis books Ltd., 1977.

Salazar Mallén, Rubén, *Apuntes para una biografía de Sor Juana Inés de la Cruz*, México, Universidad Nacional Autónoma de México, 1981.

Un paseo por las parcelas amatorias y heroicas del jardín mitológico de Fernando de Herrera

Título: Un paseo por las parcelas amatorias y heroicas del jardín mitológico de Fernando de Herrera. **Target**: Filología, Estudios Hispánicos. **Asignatura**: Literatura Española. **Autor**: Raquel Reyes Díaz, Licenciada en Filología Inglesa y Filología Hispánica, Profesora en Educación Secundaria.

EL VALOR DEL MITO

"Sin el misticismo el hombre no puede alcanzar nada grande"

André Gide *The Counterfeiters* (1925)

Un mito es una leyenda, es una historia, es un símbolo, es una creencia. El mito, en todas las culturas, tiene un origen, y también una función. Es un modo de recuperar el pasado, de darlo a conocer y de vivirlo en el presente. Los mitos se refieren a realidades y, como tales, se consideran historias verdaderas. Relatan no sólo el origen del mundo, de los animales, de las plantas y del hombre, sino también todos los acontecimientos que explica por qué el hombre ha llegado a ser lo que es hoy. Los sucesos se rememoran y se reactualizan, para usarlos a modo de justificación.

Según el profesor de retórica clásica López Eire, el mito "es alimento indispensable de las religiones, de las políticas y de las obras poéticas o creaciones literarias" y artísticas en general. "El mito, como el lenguaje mismo, enseña, entretiene, mueve a la acción y aporta un importante refuerzo de la cohesión social. El hombre no puede vivir como hombre, es decir, como animal político-social, sin mitos, del mismo modo que no puede vivir de esa manera sin lenguaje."

El mito inicialmente se opone a lo que es racional, asociándose a lo fabuloso y maravilloso. A veces se asocia a relatos históricos. Esto ha llevado a definir el mito como una ficción realista, algo ficticio pero contado como verdad, transmitido de generación en generación con carácter paradigmático, con el fin de fortalecer la cohesión y la sociabilidad comunicativa de una comunidad determinada. Además nos sirve como elemento de referencia, ya que nos ilustra con una serie de hechos una imagen, un valor determinado.

Desde otras disciplinas además de la literatura ha habido intentos de concretar lo que exactamente abarca el mito. La antropología define al mito como "una historia o narración sagrada que explica cómo el mundo y la humanidad llegaron a ser tal y como los conocemos en la actualidad". Desde la filosofía se llama mito a "un relato de algo fabuloso que se supone acontecido en un pasado remoto y casi siempre impreciso". La etnología nos dice que es "un relato fabuloso de origen popular en el que los agentes impersonales, a menudo fuerzas de la naturaleza, están representados en forma de seres personales cuyas acciones y aventuras tienen un sentido simbólico".

La mitología clásica ha estado muy vinculada a la religión. Varios motivos lo explican. La religión griega se caracterizaba por ser politeísta y antropomórfica. Muchas de las divinidades no eran primigenias, sino adaptadas, también se permitió la permeabilidad con cultos extranjeros –Grecia de Egipto; Roma de Grecia, etc- Carecen de libro sagrado que los guíe y de una carta sacerdotal que indique qué deben hacer los feligreses. No se vigilan los preceptos religiosos.

Además de esta estrecha relación con lo religioso, la mitología clásica, sobre todo la griega, se caracteriza por incluir revelaciones de carácter histórico, de tener una fuerte asociación con la alegoría, de contener poca presencia de elementos fantásticos –a diferencias de otras mitologías-, de tratar hazañas de héroes humanos –no sólo de deidades- y de existir en diferentes versiones locales. Es por ello que no nos sorprende lo intrínsecamente unida que estaba la vida cotidiana con los relatos mitológicos.

Cuando nos acercamos a estas historias nos encontramos con unos episodios llenos de simbología y muy cercanos a la sociedad, incluida la nuestra en el siglo XXI. También nos proporciona placer desde el punto de vista literario, y también artístico. El valor del mito no sólo está en sus orígenes y en su función sino también en la belleza que transmite. “El artista –comenta Oscar Wilde en *El retrato de Dorian Gray*- es el creador de cosas bellas”.

EL AMOR Y EL HEROÍSMO COMO PARTE DE LOS SENTIMIENTOS HUMANOS UNIVERSALES

En todas las culturas y en todas las épocas son y serán motivo de deseo, de ilusión, de miedo, de inspiración artística, de discordias, de conflictos, de odio, de abatimiento, de superación. Veremos cómo Fernando de Herrera trata el amor y el heroísmo a través de los mitos y cómo nos transmite esa emoción con su poesía.

En las artes, la transmisión de esa emoción o *pathos* requiere el uso de unos códigos determinados, a fin de que el receptor de ese mensaje artístico reciba la información del modo esperado por el emisor. El sentimiento es evocado con la adecuada selección y distribución de sus elementos. Así, en la pintura se tienen en cuenta los colores, la luminosidad, el tamaño, la perspectiva, etc. El artista es siempre consciente de su sensibilidad estética, y esto plasma su obra del colorido que le quiere dar. En la música se utilizan también numerosos códigos. La mayoría de las personas, incluso las que no tenemos formación musical, somos capaces de sentir el *pathos* que se nos quiere transmitir. Remitiéndonos al tema de nuestro estudio, el amor y el heroísmo son evocados a través de la melodía, la velocidad, las pausas, los silencios o la selección de los instrumentos. Así, los instrumentos de cuerda –piano, guitarra, violín...- transportan al oyente al mundo lírico, sentimental, también amoroso. Por su parte, la heroicidad se evoca por medio de los instrumentos de viento –trompetas, oboes... También puede ocurrir que estos elementos aparezcan entrelazados. Nos viene a la mente el idealizado mundo bucólico con un pastorcillo tocando plácidamente la flauta. También esta imagen donde se aúnan dos sentimientos nos transmite la poesía herreriana, como veremos.

En la mitología clásica, y en consecuencia en las artes que la utilizan, se pinta el amor como un niño llamado Eros, Cupido o Amor. Tiene alas, porque se desplaza de un lado a otro rápidamente, para llegar a todo el mundo. Es un niño, juega, se divierte. Nos transmite la idea del amor como algo lúdico. Uno no elige su presencia, con sus flechas nos alcanza, porque nos llega de forma inesperada. Además lleva los ojos vendados. Shakespeare nos comenta que “el amor no mira con los ojos sino con la mente; es por eso por lo que el alado cupido es pintado ciego”, *Sueño de una noche de verano*. También porque no elige premeditadamente al objeto de sus flechas; cualquier persona puede serlo. Ni siquiera Amor se libra del amor, como nos transmite la historia de Cupido y Psique. Cuando ese amor es correspondido se produce una de las dichas más grandes que puede haber. Fray Luis de León nos afirma que “no hay cosa tan eficaz, ni que pueda tanto con quien ama como saber que es amado; que siempre fue el verdadero cebo y piedra imán del amor”. Lo confirma Víctor Hugo: “la suprema felicidad de la vida es la convicción de que somos amados”, *Les miserables* (1862).

Cuando ese amor que produce tanta felicidad nos falla, nos sentimos abatidos y con el corazón destrozado: “El amor es el hijo de la ilusión y el padre de la desilusión”, Miguel de Unamuno, *Del sentimiento trágico de la* *vida* (1913). Nos preguntamos si realmente es verdadero o si por el contrario es un espejismo, un engaño, o si tal vez François Mauriac tenía razón al decir que "el amor humano es a menudo el encuentro de dos debilidades", *Caín, ¿dónde está tu hermano?* (1962). O ni lo uno ni lo otro sino una llama que se apaga pronto, o como dijo Julieta en la obra de Shakespeare una estrella fugaz tan bella pero tan fugaz que desaparece en el cielo antes de que podamos decir "¡Mira! ¡Una estrella!".

Las hazañas heroicas, por su parte, nos revelan la grandeza del individuo por superar con éxito unas dificultades. A veces el éxito no implica victoria. "Muéstrame un héroe y te escribo una tragedia", F. Scott Fitzgerald, *The Crack-Up* (1945). El heroísmo implica genio y destreza, pero también abnegación, voluntad, sacrificio, confianza. "Para mí no es héroe quien, por medio de derramar su sangre compra la fama; mi héroe es el que, sin muerte, sabe ganar alabanza", Marcial, *Epigramas* (86 d.C.). Los héroes son tales por lo que han conseguido por sí mismos, no se les ha atribuido por azar ni por nacimiento. En este caso el propio sentimiento amoroso puede considerarse un acto de heroísmo. Fray Luis teoriza sobre el tema: "Aquel amor es verdaderamente grande y de subidos quilates, que vence grandes dificultades; aquél ama de veras, que rompe por todo; que ningún estorbo le puede hacer que no ame; que no tiene otro bien sino al que ama; que, con tenerle a él, perder todo lo demás no lo estima".

LAS PARCELAS AMATORIAS

"Aquel ardiente deseo que llamamos amor (...) es un lustre o un bien que emana de la bondad divina (...), como rayo de sol que da en un hermoso vaso de oro muy bien labrado y lleno de piedras preciosísimas".

B. Castiglione, *El Cortesano* (1528)

Amor o Cupido es el nombre más usado con diferencia en el jardín mitológico de Herrera. Amor aparece en la mayoría de sus versos de esta naturaleza. Aunque los hay de diferentes características, el amor cortés que reinaba los versos de los poetas de la época reina también en estos. España adoptó este modelo que venía de Petrarca. También fue también empleado en la Inglaterra renacentista por Philip Sydney, también por los sonetistas Edmund Spencer y William Shakespeare, pero es en el primero donde la tradición petrarquiana sentó escuela. *Astrophil and Stella* es su colección estrella. Son poemas ensalzan el amor cortés con todas sus características y con exquisito refinamiento. En ellos, Stella enamora a Astrophil con su mirada, a través de los rayos que Amor envía. Su belleza y su virtud quedan así patentes.

La imagen preferida para representar pictográficamente los mitos clásicos es la de Venus. Es el personaje más representado de la mitología clásica en todas las épocas. La aparición de Venus, pero no la Venus adúltera, sino la de su imagen más tierna, viene a ser la imagen en sus composiciones. En una elegía se cuenta que "la dulce Venus, madre regalada / d'el tierno Amor, estava lastimosa, / i en fatiga contina congoxada, / porque su hijo, cuya poderosa / diestra rinde, / herido i umillado, / cuanto cerca d'el sol la luz fogosa, / aunque bello, i en ella figurado (...) / no crecía en grandeza i compostura". Nunca se había visto nada igual; es por eso que la diosa, triste y preocupada, se decidió a consultar. Temis, que adivinaba el futuro, le afirmó que su hijo estaba condenado a no crecer. La instó a que tuviera otro, y se llamara Contramor. Éste sería el amor espiritual, que complementaría a su hermano.

Seguiremos la edición de Cristóbal Cuevas a la hora de ordenar los poemas. Están, por tanto, excluidos del corpus seleccionado para este pequeño estudio los sonetos no amorosos ni heroicos, la mayoría de las elegías y algunas canciones.

En el libro *Poemas varios*, Amor es como ya se dijo el personaje más aludido. Más adelante en estança B 128 v se nombra a uno de los seres mitológicos que más ha dado que hablar, el ave Fénix. Personaje inmortalizado en la literatura y en la astronomía, también sigue apareciendo en la era contemporánea en el mundo del cine, novelas, comics, etc. Es un ser fascinante pues representa la superación del individuo cuando parece que todo está destruido; es un mensaje de triunfo su solo nombre. En este poema hay un paralelismo con el amor del poeta, cuyo amor abrasador por su amada lo hace elevarse.

Meleagro fue un cazador cuya vida estaba predestinada a durar lo que un trozo de leño en el fuego de su hogar. Por mucho que se pospuso, al final muere cuando el tizón es echado nuevamente en el fuego. Paralelamente, la llama del amor del poeta ya tiene su pronta caducidad predicha (composición 59). Reaparece este personaje en un soneto posterior, uniendo su imagen ardiente a la fuerza de su amor: "Felice Meleagro, cuya muerte / gastó su ardiente hado, / mas yo veo que renace mi vida en el tormento". El ser mitológico es afortunado porque su llama finalmente se apaga; el amor del poeta no se extingue, sino que el fuego se sigue renovando, atormentándolo. Por culpa de este amor el amante sufre y siente gran agonía, y su tormento es tal –a modo de mártir religioso para alcanzar la perfección- que es como el de Prometeo, aunque sin esperanza. En el monte Cáucaso es donde estuvo castigado este personaje, por castigo de Júpiter, y donde un águila le roía el hígado que volvía a crecer durante la noche. Hércules finalmente mata al águila con sus flechas y Prometeo es liberado. El poeta está "en otro nuevo Cáucaso enclavado", padeciendo dolor porque le atacan, no ya el hígado, sino su corazón por ser éste la causa de su desdicha. Mas no hay salvación, ya que nadie lo puede liberar de este tormento (Soneto XLVI). Más adelante, y evocando la misma imagen, aparece Ticio, gigante castigado por Zeus, al que dos buitres devoraban su hígado en el infierno, condenado a renovarse al estilo de Prometeo.

El poeta tiene su universo particular. Cuando la dama lo mira, el sol brilla; cuando ésta lo rechaza el mundo se torna inhabitable. Bóreas es uno de los dioses del viento del norte y lo caracterizan la variabilidad y la violencia de su carácter. Con el cielo "en negra sombra", y Bóreas bramando con furor, así atraviesa el poeta uno de sus más abatidos estados de ánimo, que naufragó en su viaje hacia la felicidad debido a una súbita tormenta que le "niega la salud i la bonança".

Pero no todo es tormento en este corazón herido. La belleza de su señora ilumina su jardín de nuevo y lo inspira a recrearse en él, admirándolo. La dama, asemejada a "purpúreas rosas, perlas d'Oriente, marfil terso, i angélica armonía" es lo que el poeta más estima y admira. Esta bella imagen van precedida de otra no menos excelsa "oro de celestial ambrosia rociado", elevando a divinidad el objeto de sus deseos ya que la ambrosia es el perfume que los poetas atribuyen a los dioses (Soneto XXXIII). Las sirenas aparecen también en los versos de *El Divino*, para evocar no sólo la belleza sino la fuerza de atracción de su amada. La suya, aunque bella y tierna, es más peligrosa que Leucosía, se necesita aún más valor que el que tuvo Ulises para huir de su imán. Él buscasu mirada, su hermosura, incluso su calor, que al compararla con el Sol, él mismo se asemeja a un tornasol, utilizando el término Clicie, que fue en esta flor en la que se transformó esta persona, amada por el propio dios del Sol, en Elegía I (*Algunas obras de Fernando de Herrera*). Otros elementos de la naturaleza también tienen cabida. Hay un templo troyano llamado Apolo Timbreo. El paralelismo de los rayos del sol y de la luna cuando se hace de noche con la merma de sus fuerzas cuando ella lo mira se escenifican con esta imagen (Soneto IV- *Versos de Fernando de Herrera*): "cuando mengua Timbreo i Cintia crece en el medroso orror d'el negro velo". Designándola a ella de nuevo con un elemento que desprende luz, y con un nuevo nombre, su dama es comparada en grandeza y hermosura con Diana. En este caso sería la imagen de la luna "con la gloria eterna que l'inspira, goza, ecelsa i bellíssima Diana, el sereno esplendor d'el alto cielo". El contraste entre sol y luna, día y noche, aparece también en las figuras de Argo Panoptes y Fineo. De Argo se dice que es "el que ve todo". Tenía numerosos ojos, no hay acuerdo en cuanto a la cantidad, aunque se sabe que nunca dormía con todos sus ojos. Fineo, en cambio, es el adivino ciego que aparece en la saga de los argonautas. Su amada lo deslumbra, sea en la luz o en la oscuridad. Turbado por tanta belleza prefiere acaso estar que estar condenado a contemplarla siempre.

El poeta desea el amor de su señora para sí, y busca un alivio para ese tormento engañándose a sí mismo. Teme convertirse en otro Salmoneo, quien pretendió fingir que él era Zeus, imitando el rayo del dios al arrojar antorchas encendidas para engañar a la población de la Élide. Esto le costó la ruina, ya que el propio Zeus lo fulminó con su rayo y quemó también la ciudad. El propio amor es lo que le está atormentando, quizás también como castigo a negar su sentimiento verdadero.

Junto al deseo de volar y de viajar en el tiempo, quizás el otro deseo del ser humano a nivel universal está el de cambiar su forma, desde hacerse invisible hasta transformarse en lo más inesperado para no ser visto. Esto último es lo que anhela el poeta para estar cerca de su amada y alude tanto a la transformación de Júpiter en cisne para acercarse a Leda, como en fina lluvia de oro para cohabitar con Dánae, encerrada y vigilada.

En la égloga venatoria el tema amoroso toma un giro erótico, alejándose del desagradecido amor cortés. El poeta insta a Diana, que desprovista de toda connotación bélica se refiere a la diosa de los bosques, a que yazca con Endimión, representando a un joven pastor, que disfruten ambos del amor que se merecen "i en blando sueño puestos, al ruido / del murmurio esparcido / de l'agua, tú en mis braços, amor mío, / i yo en los tuyos blancos i hermosos, a los Faunos (genios de los bosques) haría invidiosos".

LAS PARCELAS HEROICAS

"Todos los héroes son un Sansón. El hombre fuerte sucumbe a las intrigas de los débiles y de los muchos, y al final pierde toda su paciencia que destruye ambas cosas, a los demás y a sí mismo"

Schopenhauer *Parerga y Paralipomena* (1851)

Es increíble el enorme bagaje cultural que ostentaba el poeta para poder manejar a la perfección todos estos dioses y héroes, junto con infinidad de otros nombres. Según Oreste Macrí, Fernando de Herrera es el primero de los poetas renacentistas que hace ese derroche de erudición humanística.

La primera aparición del mito de Ícaro es en un romance de *Poemas varios*, (M 191r): "Desesperado desseo / leuanta mi flaco buelo, / y aunque su pérdida veo, / pretendo llegar al cielo". Sus alas son quemadas por el fuego abrasador del sol, que le produce la muerte de forma inevitable. En otro romance más adelante (M 193 v) vuelve a utilizar la imagen del osado Ícaro para representar su más ardiente anhelo: "Tal guerra dentro en mi pecho / Amor haze cada día, / que por librarme daría / estaría muerto y deshecho. / Con un desseo encendido / me leuanto en alto buelo / y sin temor, atreuido, / las alas pongo en el cielo". El final es predecible. Sus fuerzas flaquean y termina hundiéndose en el mar. Las alusiones a Ícaro se suceden a lo largo de toda su obra literaria: "Dichoso fue'l ardor, dichoso el buelo", "Osé y temí, mas pudo la osadía", "¡O, cómo buela en alto mi desseo (...) ya las puntas de sus alas quema donde ningún remedio al triste veo", "i d'Ícaro el sucesso peligroso / me buelva temeroso". Se habla de él por ambas cosas: su ardiente deseo y osadía, y su catastrófica caída en el mar. Nunca nos transmite la idea de intento descabellado o ejemplo a no seguir. Nos recuerda, si no con tanto optimismo, sí con el mismo tesón a las palabras de Unamuno: "Morir como Ícaro vale más que vivir sin haber intentado volar nunca, aunque fuese con alas de cera".

En cuanto a Faetón ocurre algo parecido. Sus imágenes parecen constituir el leit motif de su obra. En el romance M 189 r cuenta la torpeza de éste al llevar los caballos del Sol, "qu'el mundo abrasó en fuego, /

porque no supo guiallos”. También el poeta fracasa porque “tan alto esforçó el buelo mi esperança, / que mereció perders’en su osadía”. Es perfecta la imagen de Ícaro y Faetón para representar heroicamente su hazaña amorosa. Estos versos del Romance (M 190 r) lo ejemplifican: “Levanto atrevido el vuelo / para començar mi guerra, / y aún no salgo de la tierra, / y espero llegar al cielo”.

A pesar de saber que su victoria puede no cumplirse, su desesperación es tal que es peor no intentarlo: “En memoria del tormento, / permito mi perdición, / porque igualo el pensamiento / con mi desesperación”. Hay casos en los que uno sirve de ejemplo de mejor juicio y el otro de desafortunado atrevimiento (Soneto XLIII). Cuevas comenta que “mientras Dédalo, gracias a su prudencia, se mantiene volando con alas de plumas y cera, su hijo Ícaro acaba catastróficamente, en castigo a su temeridad”.

Hércules no necesita presentación. Al igual que Sansón, permanece en nuestra cultura como símbolo de la fuerza humana bendecida por poderes divinos. La primera vez que aparece en la edición de Cuevas lo hace en una elegía de forma indirecta, “el ilustre príncipe tebano”. Se aluden sus victorias sobre Anteo y sobre el jabalí del Erimanto, las cuales no se pueden comparar a los triunfos del maestro Juan de Malara, a quien va dirigidos estos versos. También se le nombra en el soneto dedicado Al Ilustríssimo Señor Marqués de Tarifa (*Algunas obras de Fernando de Herrera*) y el poeta afirma que las columnas de Hércules serán derribadas con el paso del tiempo, aunque no la memoria de este ilustre Francisco de Medina, cuyo monumento literario erigido por él perdurará por siempre. Aludido de nuevo (Soneto LXXIII) por haber sustentado tremendas cargas, no puede sin embargo compararse con el peso aún mayor que tuvo que soportar el poeta en su desamor, por tratarse de un cielo estrellado hecho aún más grande por la belleza que contenía.

Héroe de la lira y la poesía es, sólo superado por Orfeo, Zumeta, poeta contemporáneo al propio Herrera. De Orfeo se dice que con sus dulces cantos amansaba las fieras y hacía que los árboles y las rocas se inclinaran ante él. Incluso dulcificaba el carácter de los hombres. En el episodio de los argonautas desempeñó un gran papel en la expedición, calmando las tempestades con su canto y tranquilizando a los remeros. Se cuenta que las sirenas se suicidaron cuando se dieron cuenta de que los argonautas prestaban más atención a los cantos de Orfeo.

Hay abundantes referencias al dios Marte. De hecho, junto con Ícaro es el personaje clásico más citado de esta parcela del jardín mitológico de Herrera. Destaquemos un soneto dedicado al río Betis, que tiene tanta fuerza y gloria que sosegará y domesticará al dios de la guerra, dejándolo reducido. En el mismo poema aparece Jano, que además de ser el dios de las entradas y salidas representa la paz. Las puertas del santuario de Numa permanecían abiertas durante el tiempo que Roma mantuviera alguna guerra. Es también el dios de todo comienzo, y siempre que cerraba sus puertas se abría un período de paz. En el soneto se ensalza el poder pacificador del río hispalense, que vence a Marte después de cerrar sus puertas Juno.

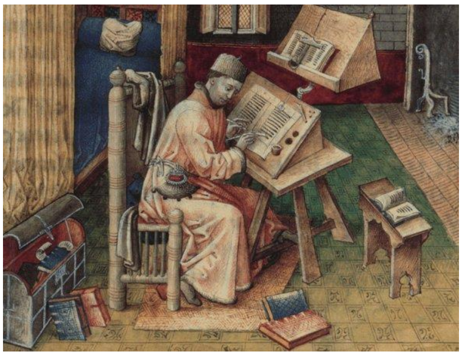
El poderío de Marte para temas amatorios está representado en su máximo exponente en la composición 76. Hay un paralelismo tanto temático como estructural de la fiereza de la divinidad y del abatimiento del poeta por su no alcanzado amor.

Como rey de los mares, se evoca a Neptuno para hablar de las profundidades, a donde teme ir el poeta con sus sentimientos, después de volar tan alto con sus ellos (“jamás alçó las alas alto al çielo, / de rosados colores adornado, mi tierno y amoroso pensamiento”). Nos recuerda a la tan nombrada osadía de Ícaro, y nos recuerda también una cita de Fray Luis: “Amor casi de un vuelo me ha encumbrado / adonde no llegó ni el pensamiento”.

Pegaso aparece en una canción (“Canción de Fernando de Herrera”) para transmitir al lector poderío. El mágico caballo alado nació de la tierra por la sangre de Medusa, y su mito está ligado a las fuentes y a los manantiales. No extraña, pues, que Herrera lo emplee en esta canción escrita para engrandecer de nuevo a su amado río Betis. Pegaso es también una de las constelaciones, aunque “entre sus astros tiene el ancho cielo, no merece igualarse con aquel generoso, que éste enseña, y lo engendra nuestro suelo”.

Desea gran suerte e inspiración para el poeta Camoens, deseando verlo colocado “en l’alta cumbre que Castalia baña” (Elegía I). Castalia era una fuente de Delfos, en las faldas del Parnaso, consagrada a las Musas. La estatua de Júpiter esculpida en marfil por Fidias o la eterna memoria que Homero le dio a Aquiles al inmortalizarlo en su obra Caliope fue una musa que enseñó el canto a Aquiles; se le suele considerar protectora de la poesía épica. (Soneto L). En el soneto que dedica a Pedro Moscoso, Herrera quiere hacer perpetuo el nombre de este poeta como Atenas hizo eterno el nombre de Minerva, como diosa de la sabiduría, de la guerra, y como protectora de la ciudad.

Erídano es una constelación, formada por una larga cadena de estrellas en el hemisferio austral. El Soneto LV se refiere al río donde cayó el carro del sol. Otro poema dedicada al río Betis, donde ensalza su poder, arguyendo que tiene tanta gloria el Betis y lo que representa –a los sevillanos- que merece lugar en el cielo al igual que Erídano. Ya que esto no es posible, sería venerado en tierra. La misma imagen se repite más adelante, donde el “ispalio río” está “entre lucientes astros colocado”.



A Fernando de Herrera le interesó el tema de los gigantes. Encélado, Oromedonte y Runco fueron tres de los titanes arrogantes fulminados. Acompañan a estos los retratos de Marte, Júpiter, Minerva, incluso César, para alabar a D. Juan de Austria (Canción III) y equiparar su grandeza a la de ellos. La canción dedicada a Doña Francisca de Córdoba, marquesa de Gibraleón, hermana de D. Gonzalo que había fallecido es otra alabanza a uno de sus contemporáneos. Este hombre, duque de combinaba por igual las artes bélicas y las intelectuales, cualidades deseables en el hombre del Renacimiento, tan alabadas por Castiglione. Para transmitirnos más vívidamente esta imagen, Fernando de Herrera nos dice que D. Gonzalo lo hacía “en sublime grado, / mezclando al blando Cintio –Apolo- i a Belona –diosa de la guerra”. Quiere llegar lejos con su canto a su amada, incluso a donde “opresso Atlante no respira con la pesada carga”, (Elegía I). Acompañado por “Amor i Onor qu’ensalce’l buelo de más noble osadía que Perseo” (Soneto XII – *Versos de Fernando de Herrera*). Se alude aquí al episodio en que Perseo ha de matar a la Gorgona, monstruo marino, y liberar a Andrómeda, la que sería su futura esposa.

CONSIDERACIÓN FINAL

Algunos autores opinan que no hay demasiados episodios de mitos ovidianos en la poesía de Herrera. Al hablar de Garcilaso en su libro sobre éste no le quedó más remedio que hablar de las *Metamorfosis*. El alejamiento del poeta de los temas propiamente ovidianos merece considerarse. Tan sólo traducciones fragmentarias, impuestas por el estudio e ilustración de un texto ajeno, hemos podido ver en él. Según Cossío esto afirma su tesis de que estos temas fueron ignorados por el grupo más importante de Sevilla de aquella época. No obstante la cantidad de mitos usados en sus versos es abundante, sin compararlos a los de ningún otro poeta.

El amor también se ve como una faena heroica. Al tratarse de amor cortés el poeta se recrea en mitos heroicos para corresponder a cómo él se debe dirigir para el amor. El amor, para profesárselo a su dama, necesita de su valentía. En este sentido sigue las convenciones líricas petrarquianas.

El amor cortés requiere valor para enfrentarse al desdén de su amada:

Dama distante

↓

Poeta amante

Éste es el código propio del amor cortés, o descortés. Se vale de mitos clásicos para ilustrar su amor pero carece de la fuerza, la felicidad, la reciprocidad –aunque no siempre-, y alegría que muchos de ellos disfrutaron. Él la alaba, la endiosa, la equipara al mejor astro del firmamento. Ella es fría, distante. El amor que siente el poeta es una empresa amorosa. Pero es una empresa no rentable. El máximo beneficio que obtiene es que la dama lo mire, no puede aspirar a más. La dama es "bella, dulçe y cruel" a partes iguales -composición 61 de *Poemas varios*. ●

Bibliografía

Cossío, José María de, *Fábulas Mitológicas en España*, Madrid, Espasa-Calpe, 1952.

Cuevas, Cristóbal, ed., *Fernando de Herrera. Poesía castellana completa*, Madrid, Cátedra, 1997.

Eliade, Mircea, *Aspectos del mito*, Barcelona, Ed. Paidós Ibérica, 1998.

Falcón Martínez, Constantino et al., *Diccionario de mitología clásica*, Madrid, Alianza Editorial, 1999.

Greene, Liz et al., *El viaje mítico. El significado del mito como guía para la vida*, Madrid, Edaf, 2000.

Grimal, Pierre, *Diccionario de mitología griega y romana*, Barcelona, Editorial Paidós, 1994.

López Eire, Antonio, "El mito de la otra vida y la justicia cósmica", en *Ideas. Contemporaneidad de los mitos clásicos*, Madrid, Ediciones Clásicas, 2000, págs. 159-199.

López Torrijos, Rosa, *La mitología en la pintura española del Siglo de Oro*, Madrid, Cátedra, 1985.

Parker, Alexander, *La filosofía del amor en la literatura española 1480-1680*, Madrid, Cátedra, 1986.

Sabat de Rivers, Georgina, *El sueño de Sor Juana Inés de la Cruz: tradiciones literarias y originalidad*, Londres, Támesis books Ltd., 1977.

San José Lera, Javier, *Fray Luis de León. Pensamientos y reflexiones*, Salamanca, Consorcio Salamanca 2002.

Prevención de las alteraciones del lenguaje oral desde la escuela II

Título: Prevención de las alteraciones del lenguaje oral desde la escuela II. **Target**: Educación Primaria. **Asignatura**: Educación Primaria. **Autor**: Maria José Moscardó Llopis, Maestra de Educación Especial, Especialidad Pedagogía Terapéutica.

El lenguaje en el ser humano es la base de la comunicación, por lo que es necesario conocer bien sus características para identificar las posibles alteraciones que puedan surgir durante su adquisición y desarrollo.

Durante los primeros años de vida, el bebé de forma innata se comunica con los adultos mediante sonidos, movimientos y gestos; con el paso del tiempo, irá interactuando con su medio sociofamiliar y reproduciendo los sonidos que escucha y que serán la base para la adquisición de su lenguaje.

Podemos decir que un trastorno o alteración del lenguaje es cualquier dificultad que afecte a la recepción, comprensión y elaboración del discurso comunicativo según las reglas de la comunidad lingüística a la que pertenece.

Las causas de un trastorno o alteración del lenguaje son numerosas, aunque normalmente se deben a varios factores que confluyen en un mismo periodo de tiempo y suelen llevar asociadas otras dificultades como el aislamiento del alumno o un bajo rendimiento escolar.

Las causas de un trastorno del lenguaje pueden ser orgánicas, funcionales, psicológicas, endocrinas o ambientales.

Dentro de estos trastornos del lenguaje, podemos distinguir los trastornos del lenguaje oral y los trastornos del lenguaje escrito.

En este caso, nos vamos a ocupar de prevenir y trabajar las alteraciones que puedan surgir a nivel oral, realizando actividades para el control de la respiración y del aire a la hora de hablar de forma adecuada, también los movimientos de la boca, lengua y labios para pronunciar de manera correcta, así como trabajar la atención y la relajación para mejorar tanto el rendimiento académico como personal.

Destacar que cada niño/a tiene su propio ritmo de aprendizaje, por lo que es importante conocer los signos de alarma que debemos observar para reconocer cuando algo no va bien:

- Que el niño/a, en los primeros meses de vida no balbucee.
- Que entre el primer y segundo año no entienda frases sencillas y no hable de forma espontánea.
- Que a los dos años no pronuncie palabras que se parezcan a las que quiere nombrar.
- Que a los tres años y medio no se le entienda lo que dice.

Debemos discriminar también otros factores importantes para alertarnos como:

- ¿Comprende lo que le decimos?

- ¿Hay algún déficit en los órganos de fonación?
- ¿Puede el niño estar sufriendo algún problema psicológico que influya en la adquisición del lenguaje?
- ¿Su nivel de inteligencia es suficiente para comprender lo que le dicen?
- ¿La estimulación que recibe de su ambiente es suficiente?
- ¿Es posible que exista alguna lesión sensorial o neurológica?

En el artículo anterior, abordamos:

- Actividades de respiración y soplo.
- Praxias de la lengua
- Praxias de labios

En esta segunda parte, vamos a trabajar con los alumnos mediante actividades de discriminación auditiva, de atención, de discriminación de letras y por último de relajación.

DISCRIMINACIÓN AUDITIVA

1. “EL JUEGO DE LAS PAREJAS”

Se barajan las cartas y se reparte una carta a cada alumno. Ellos tienen que ver cada uno la suya pero nadie más podrá verla. Cuando todos tengas claro cuál es el sonido que emite el animal que le ha tocado, se levantarán de su sitio e irán por toda la clase buscando a su pareja, que irá emitiendo el mismo sonido que él. Para hacerlo más divertido, podemos pedirles que después busquen a otro animal semejante como por ejemplo, si le ha tocado la vaca, puede buscar otro animal de cuatro patas como el perro o el gato.

2. “LOS SONIDOS”

La maestra tiene sobre la mesa varios objetos escondidos detrás de una cartulina, por lo que los alumnos no los pueden ver. Poco a poco irá haciendo sonar cada uno de los objetos y éstos tendrán que adivinar de qué objetos se trata y si su sonido es fuerte o débil. Por ejemplo la campana: fuerte; sonajero: débil; papel de caramelo: débil; bocina: fuerte; tambor: fuerte, un chasquido de dedos: débil...

3. “LA BOLSA DE LOS SONIDOS”

Dentro de una bolsa de basura, la maestra esconderá varios objetos o instrumentos con diferentes sonidos. Los alumnos irán saliendo y cada uno cogerá un objeto de la bolsa sin que nadie más lo vea. A continuación se pondrán de espaldas a la clase y lo harán sonar. Los compañeros deben adivinar de qué objeto se trata. El primero que lo adivine será el encargado esta vez de coger un objeto y hacerlo sonar.

4. “ EL PANDERO”

Les vendamos los ojos a todos los alumnos del aula, excepto uno de ellos que tiene que coger un pandero y colocarse en una zona del aula de psicomotricidad. Cuando el pandero empiece a sonar, todos los alumnos con los ojos tapados tendrán que ir corriendo hacia él, sin miedo de tropezar porque el aula estará despejada. El que antes llegue donde se sitúa el pandero, será el nuevo encargado de tocarlo.

5. " COCHINILLO"

Le vendaremos los ojos a un alumno que será al que nombraremos el "granjero", y que tendrá que encontrar, mediante el sonido que emiten, al cochinillo que se le ha escapado de la granja. El resto de compañeros, para dificultar que lo encuentre, irán cruzándose por su camino emitiendo los sonidos de los demás animales de la granja, como el pato, cerdo, caballo, pollo, gallina, vaca...

6. "LA SILLITA"

Haremos un círculo en medio de la clase formado por varias sillas, siempre una menos que el número de alumnos de la clase. El juego trata de que los alumnos tendrán que ir bailando alrededor de las sillas mientras escuchen el tambor que la maestra está tocando, y cuando éste se pare, todos se tienen que sentar rápidamente, cada uno en una silla que esté libre. El que se queda sin silla es el que quedará eliminado, hasta que solo quede un alumno, que será el ganador del juego.

7. "LOS INSTRUMENTOS"

Dibujaremos en cuatro tarjetas cuatro instrumentos, uno en cada tarjeta: tambor, trompeta, pandereta y triángulo.

Les daremos a cada alumno cuatro tarjetas con el dibujo de los cuatro instrumentos, y haremos sonar detrás de una cartulina cada vez uno de los instrumentos. Cuando finalice el sonido, los alumnos tienen que levantar la tarjeta que pertenece al instrumento que ellos han oído.

8. " EL DADO DE LOS SONIDOS"

Confeccionamos un dado con cartulina, en el que en lugar de puntos pondremos el dibujo de un instrumento de la vida cotidiana que haga un sonido característico y que pueda reconocer sin mucha dificultad. Por ejemplo pueden ser unas llaves, un teléfono, un timbre… Los alumnos irán tirando el dado uno a uno, y tendrán que realizar el sonido que corresponda al objeto que les haya salido.

9. "REPETIMOS"

La maestra va diciendo palabras, y todos los alumnos tienen que repetirlas. La dificultad del juego consiste en que tienen que ir añadiendo a la palabra nueva las anteriores que hayan escuchado. Por ejemplo: mesa, todos repiten "mesa"; a continuación silla, y los alumnos repiten "silla" y añaden "mesa"; después libro, y tienen que repetir "libro" y a continuación "mesa", "silla"... gana aquel alumno que repita más palabras sin equivocarse.

10. "EL REY DEL SILENCIO"

Se corona a un alumno de la clase como "El rey del silencio", y con su bastón tiene que ir tocando a un compañero, uno por uno, que se irán levantando cuando él les toque y tienen que ir sin hacer ruido alguno donde hay una hilera de sillas, delante de la pizarra, y sentarse. Al mínimo ruido que haga cualquiera de ellos quedará eliminado. El resto de la clase tiene que estar en absoluto silencio y en atención para escuchar cualquier ruido que sus compañeros produzcan, para eliminarlos. Gana aquel que no haga ningún sonido.

11. "PAGA TÚ"

Haremos varios grupos con los alumnos de la clase. El alumno que “paga-2 se sienta en una silla con los ojos tapados con un pañuelo, y los compañeros del grupo contrario irán haciendo sonidos con objetos para que éste no los adivine, por lo q serán sonidos que ellos elijan u que resultarán “difíciles” de adivinar, ya que por cada objeto que acierte sumará un punto a su propio equipo, y si no acierta el punto será para el equipo contrario. Gana el equipo que más punto consiga.

12. “SÍGUEME”

Se colocarán todos los alumnos por parejas. Uno de los dos miembros de la pareja se tiene que vendar los ojos, y acuerdan entre los dos un sonido que será el que les identifique. El alumno con los ojos tapados tendrá que ir buscando y siguiendo al compañero que irá emitiendo el sonido acordado, pero con cuidado porque podrá mezclarse con los sonidos de los demás compañeros y perderse. Gana el primer jugador con los ojos vendados que llegue a la meta.

13. “EMPAREJADOS”

Encima de la mesa de la maestra pondremos una caja o una bolsa llena de tarjetas con animales diferentes. De uno en uno tendrán que ir saliendo los alumnos, coger una tarjeta sin que nadie más lo vea y hacer la onomatopeya correspondiente a ese animal. Los compañeros tendrán que acertar de qué animal se trata y a continuación imitar el sonido de ese animal todos juntos. El alumno que está fuera volverá a su sitio y cuando los compañeros vayan saliendo, tendrán que ir a buscar a la persona que tenía la pareja de su animal y sentarse con ella.

ATENCIÓN

1. “MEMORY”

Para practicar esta actividad, realizaremos un memory de tarjetas en la pizarra, que todos los alumnos tendrán que observar bien: entonces uno de los alumnos tendrá que salir del aula, y cuando esté fuera, los compañeros cambiarán las tarjetas de juego por otras muy similares. Cuando el alumno entre de nuevo al aula tendrá que adivinar cuáles son las tarjetas que se han cambiado mientras él estaba fuera y qué es lo que ha cambiado en ellas. Si acierta, puede elegir al compañero que tendrá que salir ahora, si no lo acierta deberá volver a salir del aula y repetir el procedimiento hasta que lo adivine.

2. “PALMADAS EN CÍRCULO”

Todos los alumnos formarán un círculo, inclusive la maestra, que será la que de una palmada en la dirección que quiera, y el alumno que tenga al lado de donde da la palmada la continuará hacia donde ella la ha dado, por ejemplo, si ella la da a la derecha, el alumno también lo hará hacia la derecha. Cuando la maestra diga “cambio” las palmadas cambiarán de dirección rápidamente.

3. “ADIVÍNALO”

Para realizar esta actividad, uno de los alumnos de clase tiene que salir durante unos minutos al pasillo, mientras sus compañeros realizan un cambio en el orden habitual de la clase. Cuando el alumno entre de nuevo al aula, tendrá observar atentamente todos los elementos del aula para poder adivinar cuál es el cambio que se ha realizado. Cuando lo acierte, elegirá cuál es el compañero que quiere que salga ahora.

4. “LA ESCOBA”

Todos los alumnos se ponen en círculo y la maestra está en el medio sujetando una escoba. Cuando la maestra diga el nombre de uno de los alumnos del círculo, éste tendrá que salir corriendo porque ella soltará la escoba rápidamente y se meterá dentro del círculo. El niño que ha sido nombrado tiene que evitar que la escoba caiga al suelo, porque de lo contrario saldrá eliminado, así que la cogerá antes de que caiga al suelo y rápidamente pronunciará el nombre de otro compañero para que salga y evite que la escoba se caiga.

5. “LA PRENDA”

En esta actividad, uno de los alumnos de la clase tiene que fijarse bien en la ropa que llevan todos sus compañeros de clase, y entonces saldrá un momento al pasillo mientras dentro del aula, dos de sus compañeros se intercambiarán una prenda de su ropa. Cuando el alumno vuelva a entrar a la clase tiene que adivinar cuáles son los dos compañeros que se han intercambiado la prenda de ropa.

6. “EL CUENTO”

La maestra contará un cuento y les pedirá a los alumnos que cada vez que oigan el nombre de la protagonista de este cuento, tienen que levantar las manos hacia arriba, cuando escuchen el nombre de su amigo por ejemplo darán una palmada… así estarán todos atentos para no ser eliminados si no siguen las instrucciones de la maestra.

7. “ LAS DIFERENCIAS”

El juego consiste en el clásico pasatiempos en el que daremos dos dibujos a los alumnos casi iguales y ellos tendrán que encontrar las cinco diferencias que hay entre ellos, y hacer una cruz donde se encuentra la diferencia.

DISCRIMINAR LAS LETRAS D, R, L.

1. “LÍO DE PALABRAS”

El juego consiste en que la maestra repartirá a los alumnos del aula tres tarjetas con las letras R, D, L y ella irá contando una historia o un cuento en voz alta. Cada vez que diga una palabra que empiece por una de estas letras, los alumnos tendrán que levantar la tarjeta correspondiente, y ella parará la historia para ver si lo han hecho bien.

2. “CARRERAS”

En esta actividad se divide la clase en tres grupos. A uno de ellos se les dará un montón de fichas con dibujos que contengan la letra R, otro con la L, y otro con la D. Cada grupo hará una fila india, y el primero de la fila cogerá una ficha. Cuando suene el silbato éste tendrá que correr hasta el extremo de la clase donde habrá una papelera. Sólo el primero que llegue, podrá depositar la ficha en la papelera correspondiente a su grupo. Los demás la apartarán del juego. Al final ganará el grupo que más fichas tenga en su papelera.

3. “LA CAJAS SORPRESA”

Cada alumno sacará una ficha de una caja de colores que habrá traído la maestra a clase. La ficha contendrá un dibujo del que el alumno tiene que decir el nombre en voz alta y decir si contiene la letra L, R o D. Según la letra que contenga, tendrá que meter la tarjeta en la caja que le corresponda ya que habrá tres cajas más, una por cada letra. Si no contiene ninguna de las tres letras, tendrá que dejarla aparte.

4. "LOS GOMETS"

Haremos dos filas de alumnos, y al primero de cada fila le daremos unos pequeños platillos. La maestra irá diciendo "palabras que empiecen por D" y el primero de los dos grupos que toque el platillo antes dirá la palabra que ha pensado. Si está bien, se les pondrá un gomet en la frente, y si no lo está, se le pondrá al del equipo contrario. De esta forma, la maestra irá complicando el juego, pidiendo después de las letras que empiecen por L, R o D, otras palabras que contengan dos de esas letras, o una palabra que empiece y otra que acabe... también podemos realizar el juego con palabras encadenadas, como por ejemplo: palabras de dos sílabas, de tres, de cuatro, de cinco...

RELAJACIÓN

1. "EL BOSQUE"

Los alumnos se sentarán en la alfombra de la clase de psicomotricidad. Pondremos música de fondo, si puede ser música clásica, y vamos contándoles un cuento explicando como tienen que mover su cuerpo para relajarse; así también vamos bajando poco a poco el volumen de la música, las persianas, las puertas... porque se va haciendo de noche en el cuento. Cuando haya poca luz les decimos que ya se ha hecho de noche y que estamos en un bosque que está lleno de flores de colores, animalitos, árboles... que son ellos mismos, y que les está entrando mucho sueño, por lo que les van pesando los brazos, las piernas, la cabeza, los párpados... tumbándose sobre la alfombra y con cada vez más silencio hasta que no se oiga nada más que la música de fondo.

2. "RODANDO VA"

En esta actividad los alumnos se pondrán por parejas, sentados en la alfombra o tumbados boca abajo y cada pareja tendrá una pelota de tenis. Uno de los dos compañeros tiene que ir haciendo pequeños círculos con la pelota de tenis en la espalda de su compañero y apretando suavemente recorrerá toda su espalda. Después se intercambian la pelota y el que ya está relajado tiene que intentar relajar a su compañero.

3. "ABRACITOS"

En esta actividad, les iremos enseñando fichas de abrazoterapia a todos los niños, y ellos tendrán que ir haciendo exactamente lo que se haga en las fichas, como por ejemplo puede ser abrazar a su compañero de al lado, cogerse de los hombros, rodearse las espaldas con los brazos, unir espalda contra espalda, hacer un abrazo de tres personas, de cuatro, de toda la clase, etc.

4. "POSTURAS"

La maestra les irá enseñando fichas a los alumnos en las que harán diferentes tipos de posturas que resulten relajantes para los niños, como por ejemplo descolgar los dos brazos, dejándolos como muertos, agitar las manos suavemente cuando tengan los brazos caídos, rodar el cuello suavemente hacia un lado y hacia otro... podemos acompañar el juego con una música de fondo que sea muy suave.

5. "EL TREN"

Los alumnos se sentarán en círculo y a la vez formarán un tren. Así la actividad consiste en ir haciendo lo que diga la maestra sobre la espalda de su compañero de enfrente, como por ejemplo: apretarle los hombros haciéndole un masaje, darle golpecitos suaves sobre la espalda, pellizquitos, golpes pequeños con los dedos, con una pelota de tenis ir rodándola por la espalda, con un rulo ir rodándolo...

6. “LA PLAYA”

Se deja la clase en semipenunbra, se pone música de las olas del mar o de la naturaleza de fondo, pero muy bajita, y todos los alumnos se levantarán y se irán imaginando lo que la maestra les vaya diciendo: que acaban de llegar a una playa desierta, donde el agua es muy cristalina y se ven los peces de colores nadando, ellos entran dentro del agua, que está templada y van nadando suavemente, flotando, nadando de espaldas.... todo muy despacito. Después saldrán del agua y se tumbarán en la arena (que es la alfombra del aula) y se quedarán tomando el sol mientras notas como las gotas de su cuerpo se van secando.

7. “FLORES”

Los alumnos estarán tumbados en una alfombra, con música suave de fondo, y se irán poniendo de pie lentamente al ritmo de la música, según las instrucciones de la profesora, como si se tratara de una flor que está creciendo y que va abriéndose poco a poco. Irán moviendo así los segmentos de todo su cuerpo hasta ponerse erguidos del todo. Después y conforme vaya bajando la música, irán tumbándose de nuevo, porque se ha hecho de noche y las flores se van a dormir. ●

Bibliografía

“Propuesta de actividades para la estimulación del lenguaje oral en educación infantil. Materiales de apoyo al profesorado I”. Consejería de educación. Dirección general de participación y solidaridad en educación. Junta de Andalucía.

“Guía para la atención educativa del alumnado con trastornos en el lenguaje oral y escrito”. Servicio de programas educativos y atención a la diversidad.

“Estimulación del lenguaje oral: un modelo interactivo para niños con dificultades”. Adoración Juarez Sanchez, marc monfort. Santillana 2002.

“Trastorno específico del lenguaje” VVAA. Pirámide 2001.

“Adquisición del lenguaje: problemas, investigación y perspectivas”. Miguel Angel Galeote moreno. Pirámide 2002.

“Estimulación del lenguaje oral: la guía práctica”. Juan Carlos Arriaza Mayas. Ciencias de la educación preescolar y especial. CEPE 2009.

“Cuentos para hablar: cuentos para la estimulación del lenguaje oral: praxias, ritmo, vocabulario, comprensión y expresión”. Juan Carlos Arriaza Mayas. Ciencias de la educación preescolar y especial. CEPE 2002.

Identificación de plásticos del automóvil III

Título: Identificación de plásticos del automóvil III. **Target**: Ciclo Formativo de Grado Medio de Carrocería. **Asignatura**: Elementos metálicos y sintéticos. **Autor**: Juan Pedro Gassó Bas, Técnico especialista en Mecánica y Electricidad del Automóvil, Profesor de Ciclos Formativos de Mantenimiento de vehículos.

En el artículo anterior "Identificación de plásticos en el automóvil II", se explicó la identificación de los plásticos mediante el código o nomenclatura impresa en la propia pieza. Como se pudo comprobar estos códigos indican el tipo de plástico o polímero de que se trata o las combinaciones de polímeros que puede tener en el proceso de fabricación, pero en este artículo se explicarán otros códigos que pueden aparecer junto con los vistos hasta ahora que podrán indicar más cualidades y características de las piezas de plástico.

Cuando algún fabricante somete al plástico a algún proceso de fabricación diferente al habitual para que el plástico adquiera alguna característica especial, el fabricante también lo indica en el código o nomenclatura del plástico. Estos procesos hacen que los plásticos adquieran diferentes propiedades como el peso, la densidad del plástico, la flexibilidad, etc. A continuación se muestran los códigos que nos podremos encontrar en los plásticos indicándonos estas características:

MODIFICACIONES DE LOS POLÍMEROS:

SÍMBOLO	MATERIAL
D	Densidad
H	Alto
L	Bajo
M	Medio
P	Plastificado
U	No plastificado
F	Flexible
L	Lineal
C	Clorado
W	Peso

Cuando se aplican las modificaciones a los polímeros el código identificativo o nomenclatura se encuentra seguido de la nomenclatura del polímero identificando así la modificación de este. Como norma general entre el polímero y la modificación se suele colocar un guión para identificar la modificación.

En algunas ocasiones también pueden aparecer varias modificaciones en un mismo polímero: Ejemplos:

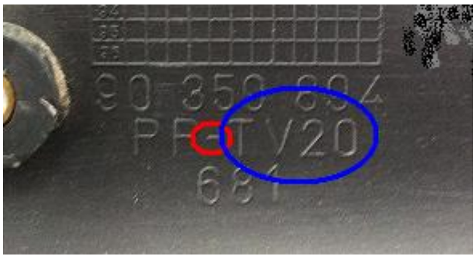
> PP - HD < (Polipropileno de alta densidad),

> PC – WM < (Policarbonato de peso medio),

> PE – C < (Polietileno clorado).

Existen algunos plásticos que tienen que soportar fuerzas elevadas o esfuerzos que someten al plástico a condiciones que no son habituales. Para que los plásticos soporten estos esfuerzos los fabricantes de plásticos en muchas ocasiones en el proceso de fabricación de los plásticos, les aplican materiales de refuerzo de diferentes características y con diferentes estructuras, para que estos adquieran diferentes características.

Cuando estos plásticos llevan materiales de refuerzo los fabricantes lo indica en la pieza junto con la nomenclatura o código principal, generalmente separado de un guión (foto I **color rojo**). Como norma general después del guión el fabricante puede aplicar una letra en mayúsculas que indicará el material de la carga de refuerzo. Si el fabricante coloca en la nomenclatura dos letras en mayúsculas, estas indicarán la primera el material de la carga de refuerzo y la segunda la estructura del material de la carga de refuerzo. En ocasiones estas dos letras o una sola suele ir acompañada de unos números, estos indicarán como norma general el % de carga de refuerzo que lleva el plástico (foto I **color azul**).



(foto I)

A continuación se muestran los códigos que nos podremos encontrar en los plásticos indicándonos las diferentes cargas de refuerzo que nos podremos encontrar en los plásticos combinados con los polímeros, copolímeros o en mezclas de polímeros:

CARGAS DE REFUERZO:

SÍMBOLO	MATERIAL
B	Boro
C	Carbón

E	Arcilla
G	Vidrio
K	Carbonato cálcico
L	Celulosa
M	Mineral / Metal
P	Mica
Q	Silice
R	Aramida
S	Sintético / Orgánico
T	Talco
W	Madera
X	Sin especificar
Z	Otros

Como ya se ha comentado, algunas carga de refuerzo se pueden aplicar con diferentes estructuras y a continuación se muestran los códigos que nos podremos encontrar en los plásticos indicándonos las diferentes estructuras que podrán tener las cargas de refuerzo en los diferentes plásticos:

ESTRUCTURA DE LA CARGA DE REFUERZO:

SÍMBOLO	ESTRUCTURA
B	Perlas, esferas, bolas
C	Trozos
D	Polvo
F	Fibra
G	Material molido
H	Fibra corta

L	Capa
M	Fieltro
N	No tejido (tela)
P	Papel
R	Bobinado
S	Laminilla
T	Cordón
V	Chapa
W	Tejido
X	Sin especificar
Y	Hilo
Z	Otros

Como la identificación del plástico como norma general se realiza porque la pieza de plástico ha sido dañada y necesita ser reparada, una vez se ha identificado el tipo de plástico el siguiente paso será su reparación, pero gracias a su correcta identificación sabremos qué tipo de plástico deberemos utilizar para la aportación de material. ●

Bibliografía

Enrique Sánchez Fernández (2006). Elementos metálicos y sintéticos. Editorial Editex.

José Luis García Jiménez, José Martín Navarro, Tomás Gómez Morales, Eduardo Águeda Casado (2003). Automoción. Elementos amovibles y fijos no estructurales. Editorial Paraninfo.

Gesellschaft im Umbruch

Título: Gesellschaft im Umbruch. **Target**: Estudiantes y profesores de Alemán. **Asignatura**: Alemán. **Autor**: Ana María González Matellán, Licenciada en Filología Alemana, Profesora de alemán en EOI.

Seit dem ausgehenden 18. Jahrhundert gerät die traditionale, in Stände gegliederte Gesellschaft zunehmend in Bewegung. Staatliche Reformen wie die Bauernbefreiung und die Einführung der Gewerbefreiheit in einigen Gebieten verändern die ihr zugrundeliegende wirtschaftliche Ordnung ebenso wie ein allgemeiner Aufschwung der gewerblichen Produktion. Hinzu kommen noch die Anfänge der Industrialisierung, deren Ausmaß allerdings von Region zu Region sehr unterschiedlich ist.

Diese Kräfte der Veränderung drängen zugleich auf die Schaffung eines einheitlichen Wirtschaftsraumes in Mitteleuropa, wie er 1834 mit der Gründung des Zollvereins und dann auch verkehrspolitisch im Zeichen der Eisenbahn, Straße und Kanal zu entstehen beginnt.

Dieser tiefgreifende Wandel ist begleitet von schwerwiegenden sozialen Problemen. Landwirtschaft und Handwerk, die traditionell dominierenden Wirtschaftsbereiche, können der sich vermehrenden Bevölkerung kein Auskommen mehr sichern. Auch die neue Industrie ist zu wenig entwickelt, sie verschärft als zusätzlicher Konkurrenzfaktor in einzelnen Gewerbesektoren sogar noch die Probleme. So ist die erste Hälfte des 19. Jahrhunderts geprägt durch Massenarmut und Hungersnöte, durch Epidemien aufgrund unzureichender hygienischer Verhältnisse und große Auswanderungswellen.

Zugleich aber beginnt sich vor allem in den Städten eine neue gesellschaftliche Struktur auszuformen. Mehr und mehr regt sich ein selbstbewusstes Bürgertum, das zunächst auf der kommunalen Ebene seine Geschicke selber in die Hand nimmt. Es entsteht das Modell einer sich politisch selbst bestimmenden, auf dem Prinzip der „Assoziation“, des freien Zusammenschlusses in Vereinen, gegründeten und zugleich prosperierenden Gesellschaft. Dieses Konzept entfaltet bald eine ungeheure Dynamik, die sich in den Jahren des Vormärz auch politisch in den Einzelstaaten auf der nationalen Ebene durchzusetzen versucht.

DER WIRTSCHAFTLICHE WANDEL

Die wirtschaftlichen Veränderungen, die sich in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts vollziehen, hängen auf das engste mit der Entwicklung vielfältiger neuer Techniken in Produktion und Kommunikation zusammen. Gerade der technologische Wandel nährt den bürgerlichen Fortschrittsoptimismus. Die Landwirtschaft bildet mit einem Anteil von weit mehr als 50 % der Beschäftigten nach wie vor den wichtigsten Wirtschaftszweig. Die Entwicklung auf dem Agrarsektor ist vor allem durch eine allgemeine Verbesserung der Produktionsmethoden bestimmt, die zunehmend systematisch erforscht werden. Ein dichtes Netz landwirtschaftlicher Vereine, die vom Staat nachhaltig gefördert werden, sorgt für die Verbreitung der neuen Erkenntnisse über Bodenbearbeitung, Fruchtanbau oder auch Tierhaltung.

Der wirtschaftliche Aufstieg des städtischen Bürgertums beruht in den ersten Jahrzehnten nach 1800 noch überwiegend auf dem Aufschwung des Handels; hier werden, neben der Landwirtschaft, die meisten Kapitalien investiert und auch die größten Gewinne erzielt. Im Handel dominiert nach wie vor der klassische Typ des Großkaufmanns, der, oft spezialisiert auf bestimmte Produkte, entweder selber direkt oder auf Kommissionsbasis handelt und meist daneben auch Bank- und Wechselgeschäfte betreibt. Zur prosperierenden Entwicklung im Handelssektor trägt nicht zuletzt bei, dass die traditionellen Hemmnisse und Restriktionen

Schritt für Schritt abgebaut werden. Eine Vorreiterrolle übernimmt dabei Preußen, das mit seinem Zollgesetz von 1818 einen entschieden freihändlerischen Kurs einschlägt. Unter preußischer Führung schließt sich 1833 18 Einzelstaaten mit 23 Millionen Einwohnern zum „Deutschen Zollverein“ zusammen. Die Anziehungskraft seines einheitlichen Wirtschaftsgebietes ist so groß, dass – mit Ausnahme des schutzzöllnerischen Österreich – in den folgenden Jahren fast alle übrigen deutschen Länder diesem Schritt folgen. Die wirtschaftliche Einheit, die der Zollvereinsvertrag mit seinem Inkrafttreten am 1. Januar 1834 für die Mitgliedsstaaten schafft, nimmt in gewisser Weise die kleindeutsch-preußische Lösung der staatlichen Einheit vorweg, wie sie sich – nach dem Scheitern der Nationalstaatsbildung 1848/49 – mit der Reichsgründung durchsetzt.

Schon in der napoleonischen Zeit beginnt daneben mit dem Neubau leistungsfähiger Chausseen eine Verbesserung der Verkehrsverbindungen. Der Gütertransport auf dem Straßenwege kann wesentlich gesteigert werden, für die Personenbeförderung steht ein immer besser ausgebautes Postkutschennetz zur Verfügung. Weitreichende Möglichkeiten, vor allem für den Transport von Massengütern, eröffnen sich auf den Wasserwegen: Handelsrestriktionen wie Zölle und Zwangsstapel werden mehr und mehr aufgehoben, Flüsse und Kanäle werden ausgebaut, die Transportleistungen mit dem Beginn der Dampfschifffahrt erheblich ausgeweitet. Den entscheidenden Schritt aber von der alten zur neuen Zeit, von der Muskelkraft zur Maschine, verkörpert im Verkehrssektor die Eisenbahn. Sie verändern stärker als alle anderen technischen Errungenschaften das öffentliche und private Leben. Weit über ihre verkehrspolitische Bedeutung hinaus nimmt die Eisenbahn eine Schlüsselstellung im Prozess des wirtschaftlichen Wandels ein. Sie eröffnet nicht nur ganz neue Handelswege, mit weitreichenden Folgen für die Produktionsstandorte, sondern kurbelt auch die Eisen- und Stahlproduktion sowie den Maschinenbau entscheidend an und wird damit zum Motor der Industrialisierung.

Die industrielle Warenproduktion beginnt sich nach 1830 auch in Mitteleuropa mehr und mehr durchzusetzen. Während in der ersten Industrialisierungsphase die neuen Produktionsverfahren im Wesentlichen auf das Textilgewerbe beschränkt gewesen sind, vollzieht sich jetzt parallel zum Eisenbahnbau der Aufschwung der Eisen- und Stahlindustrie sowie des Maschinenbaues. Ein treffendes Beispiel für diese neue Phase der Industrialisierung bieten die Borsig-Werke in Berlin. Johann Carl Friedrich August Borsig (1804-1854) hat seine praktischen Erfahrungen, nach einer Zimmermannslehre und zeitweisem Studium am Königlichen Gewerbeinstitut, vor allem als Angestellter einer Berliner Maschinenbauanstalt und Gießerei gewonnen, bevor er sich 1837 mit einer eigenen Firma am Oranienburger Tor selbstständig macht. Zum Zeitpunkt der Gründung 1837 beginnt Borsig seine Tätigkeit mit etwa 50 Arbeitern, zehn Jahre später, im gewerblichen Hochkonjukturjahr 1847, sind in seinem Werk bereits 1200 Arbeiter beschäftigt. Schon bald nach ihrer Gründung liefert die Firma Borsig auch Teile für den Eisenbahnbau. Bei der Reparatur englischer Lokomotiven erwirbt sie das nötige Know-how, um ab 1841 selbst Lokomotiven herstellen zu können. Binnen weniger Jahre steigt Borsig – 1847 liefert das Werk 67 Lokomotiven aus – zum größten Lokomotivproduzenten in Preußen und Deutschland auf.

PAUPERISMUS UND SOZIALER PROTEST

In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts steigt die Bevölkerungszahl Mitteleuropas um mehr als 60%. Der hohe Geburtenüberschuss ist teils durch eine zurückgehende Sterblichkeit, teils durch die nun – nach Aufhebung ständischer Beschränkungen – auch in den unteren Schichten stark zunehmende Zahl von Familiengründungen bedingt.

Auf dem Land führt die Bauernbefreiung in vielen Gebieten nicht zu einer Vermehrung selbstständiger bäuerlicher Existenz. Sie kommt vielmehr eher den Guts- und Grundherren zugrunde. Vor allem in Preußen wächst daher die breite Masse der ländlichen Unterschiecht stark an. Aus ihr rekrutiert sich die neue soziale Gruppe der Landarbeiter, die oft am Rande des Existenzminimums leben.

In den Städten nimmt das Handwerk in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts eine von Gewerbe zu Gewerbe sehr unterschiedliche Entwicklung. Während etwa das Bau- und Metallhandwerk oder auch einzelne Nahrungsgewerbe wirtschaftlich expandieren, steigt in anderen Handwerkszweigen parallel zur Bevölkerungsexplosion die Zahl derjenigen Meister stark an, die ohne Hilfskräfte arbeiten und deren Betriebe dahinkümmern. Viele Handwerker wie Gesellen und Lehrlinge, steigen s i die soziale Unterschicht ab, deren Existenz gefährdet ist.

Kinder aus Familien der ländlichen und städtischen Unterschichten müssen von früh auf durch Betteln oder Arbeit in Manufakturen und Fabriken zum Unterhalt beitragen. Nur sehr allmählich entwickeln sich Initiativen, die auf die gesundheitlichen und sozialen Gefahren der Kinderarbeit hinweisen und staatliche Schutzmaßnahmen verlangen. Neben den Kindern stellen auch Frauen einen hohen Anteil der Beschäftigten: So sind etwa in Sachsen 1846 36% der industriellen Arbeitskräfte, vor allem im Textilgewerbe, weiblich. Die Konkurrenz auf dem Arbeitsmarkt drückt das ohnehin niedrige Lohnniveau so weit herab, dass selbst der Lohn eines qualifizierten Arbeiters nicht zur Ernährung einer Familie ausreicht. Zugleich löst sich die traditionale Familie mehr und mehr auf. Auf dem Land wie in der Stadt bestehen daher für große Teile der Unterschicht keine Möglichkeiten mehr sich durch Arbeit ein Auskommen zu sichern. Die staatliche Politik zur Bekämpfung der Massenarmut bleibt unzureichend, ja, vielfach verschärft sie, wie etwa da sozial höchst ungerechte Steuersystem in Preußen, noch die Notlage der unteren Schichten. Zudem bleibt trotz deutlich steigender agrarischer Produktion Ernährungskrisen keineswegs aus: Besonders 1816/17 und dann erneut 1846/47 erlebt fast ganz Europa nach Missernten noch einmal Hungernöten größten Ausmaßes. Die Massenarmut, der „Pauperismus", ist also die Folge einer grundsätzlichen Störung im Verhältnis von Bevölkerungsentwicklung und Nahrungsspielraum.

Die soziale Not treibt eine sprunghaft steigende Zahl von Menschen zur Abwanderung aus ihrer angestammten Heimat, teils in andere deutsche Staaten, teils aber auch über die deutschen Grenzen hinaus, vor allem in die Vereinigten Staaten von Amerika. Der Höchststand wird nach 1845 mit über 60.000 Auswanderern jährlich erreicht. Sie kommen in der Mehrzahl aus den kleinbäuerlichen Regionen der hessischen Staaten, Frankens und des Südwesten.

In den Städten wird das Bevölkerungswachstum vielfach noch im Rahmen der bestehenden Bebauung, innerhalb der alten Stadtmauern, aufgegangen. Die Bevölkerungsdichte steigt ebenso wie die Belebung der einzelnen Häuser stark an, die sozialen und hygienischen Probleme nehmen massiv zu. Die Städtetechnik, Wasserversorgung und Abwässer Beseitigung, hält zunächst mit dem Bevölkerungswachstum nicht Schritt. Die unzureichenden hygienischen Verhältnisse begünstigen die Verbreitung von Seuchen. Als ein Zeichen für die Unabhängigkeit der traditionalen Stadt, mit den neu heraufkommenden Problemen fertig zu werden, wird schon von den Zeitgenossen der große Brand von Hamburg gesehen, der vom 5. Bis zum 8. Mai 1842 praktisch die gesamte, sehr dicht bebaute Altstadt zerstört.

DIE NEUE BÜRGERLICHE GESELLSCHAFT

Die Umrisse einer neuen, bürgerlich geprägten gesellschaftlichen Ordnung bilden sich zunächst in den Städten aus. Das städtische Bürgertum besteht auch nach den Neuregelungen der Reformzeit zunächst als eine Rechtsgemeinschaft. Zu ihr gehört jeder erwachsene Mann, der eine gesicherte Existenz nachweisen kann und das Bürgerrecht seiner Gemeinde erworben hat. Mit ihren Familien stellen die Bürger etwa ein Drittel bis die Hälfte der städtischen Einwohner. Die von den Bürgern gewählten Selbstverwaltungsorgane, die mit den neuen Gemeindeordnungen geschaffen werden, wecken zunehmend das allgemeine Interesse an der eigenverantwortlichen Regelung der die Stadt betreffenden Fragen. Den Ruf der größten Fortschrittlichkeit genießen die Gemeindereformgesetze des Großherzogtums Baden vom Dezember 1831. Die sich selbst verwandelte bürgerliche Gemeinschaft in der Stadt wird im Vormärz zunehmend zum Leitbild der allgemeinen Mitbestimmungsforderungen, die das neue Bürgertum gegenüber dem Staat erhebt.

Der Wandel der Gesellschaft wird nicht zuletzt von einer neuen bürgerlichen Öffentlichkeit begleitet und getragen. Technische Erfindungen für den Zeitungs- und Zeitschriftendruck wie die Schnellpresse und das lithographische Verfahren ermöglichen einen ungeheuren Aufschwung der Publizistik. Zeitungen und Zeitschriften, aber auch die wichtigsten literarischen Neuerscheinungen werden vom städtischen Bürgertum meist gemeinsam in Kaffeehäusern und eigens gegründeten Gesellschaften gelesen und diskutiert. Darüber hinaus bilden sich kurz nach der Jahrhundertwende in fast allen großen Städten unter Bezeichnung wie „Casino“, „Harmonie“ oder „Museum“ allgemeine gesellige Vereine, denen sowohl Adelige als auch die führenden Köpfe des Stadtbürgertums angehören. In und mit diesen Vereinen erhebt das neue Bürgertum den Anspruch, Adel und Bürokratie gesellschaftlich ebenbürtig zu sein. Zugleich festigt sich in gemeinsamer Bildung und Diskussion, in Kunstgenuss und geselligem Beisammensein das Zusammengehörigkeitsgefühl, die neue bürgerliche Identität. Gerade der Musik, aber auch der Literatur und der bildenden Kunst kommt in diesem Prozess der bürgerlichen Selbstfindung eine herausragende Rolle zu. Dies zeigt sich besonders, als sich nach 1830 das bürgerliche Vereinswesen in einer Fülle von Musik- Gesang- und Kunstvereinen differenziert und breiter entfaltet.

Auch bei der wirtschaftlichen Interessenwahrnehmung setzen sich die neuen Organisationsstrukturen mehr und mehr durch. So wird etwa im gewerblichen Bereich die traditionale Form der Zünfte nach 1840 durch Handwerker- und Gewerbevereine abgelöst. Aufbauend auf den Prinzipien der gesellschaftlichen Selbstorganisation und des freiwilligen Zusammenschlusses in Vereinen versucht das vormärzliche Bürgertum zunächst auch, die schwerwiegenden sozialen Probleme der Zeit zu bewältigen. Dagegen ist die offene Vertretung politischer Ziele in Form von Vereinen aufgrund der restriktiven Haltung des Deutschen Bundes nicht möglich. Die bürgerlich-liberale Bewegung sucht sich daher, etwa in Festbanketten für ihre Abgeordneten, andere Möglichkeiten, die eigenen politischen Zielvorstellungen zu diskutieren und abzustimmen. ●

Quellen

www.wikipedia.de

Fragen an die deutsche Geschichte, Varus Verlag

Números Complejos

Título: Números Complejos. **Target**: Profesores de Matemáticas. **Asignatura**: Matemáticas. **Autor**: Emiliana Oliván Calzada, Licenciada en Matemáticas, Profesora de Matemáticas en Educación Secundaria.

1. INTRODUCCIÓN

Partiendo del conjunto R nos encontramos que ecuaciones como $x^2+1=0$ no tienen solución, ello es debido a que no existe la raíz cuadrado (ó de índice par) de números negativos. Hemos de ampliar R para que se puedan calcular dichas raíces, obteniendo así el conjunto de los números complejos.

En el siglo XVI se intentó dar solución a este problema y se definió $i=\pm\sqrt{-1}$ y así se pueden resolver ecuaciones de la forma $x^2+1=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{-1}=\pm i$

2. NÚMEROS COMPLEJOS

Definición: Llamamos conjunto de n^{os} complejos a $C=R\times R=R^2$. Es decir, $C=\{(a,b)|a,b\in R\}$. A los elementos de C se les llama números complejos.

Sea $z=(a,b)\in C,$ si $b=0 \quad z=(a,0)$ se dice que es un número real puro y si $a=0 \quad z=(0,b)$ se dice que es un número imaginario puro.

OPERACIONES

Definición: Definimos en C la operación **suma** de la siguiente forma: $+:C\times C\rightarrow C$:

$$(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d) \quad \forall(a,b),(c,d)\in C$$

Propiedades (de la suma):

Asociativa: $[(a,b)+(c,d)]+(e,f)=(a,b)+[(c,d)+(e,f)] \quad \forall(a,b),(c,d),(e,f)\in C$

Conmutativa: $(a,b)+(c,d)=(c,d)+(a,b) \quad \forall(a,b),(c,d)\in C$

Elemento neutro: $\forall(a,b)\in C \quad \exists(0,0)\in C$ tal que $(a,b)+(0,0)=(0,0)+(a,b)=(a,b)$

A $(0,0)$ se le llama elemento neutro de la suma.

Elemento simétrico u opuesto: $\forall(a,b)\in C \quad \exists(-a,-b)\in C$ tal que $(a,b)+(-a,-b)=(0,0)$

A $(-a,-b)$ se le llama elemento opuesto de (a,b).

NOTA: Así, $(C,+)$ tienen estructura de grupo abeliano y se llama grupo aditivo de los números complejos.

Proposición: El grupo abeliano $(C,+)$ contiene a $(R,+)$.

Sea $\begin{array}{l}\varphi:(R,+)\rightarrow(C,+)\\ \quad a \quad \rightarrow\varphi(a)=(a,0)\end{array}$. Tenemos que φ es inyectiva: $\varphi(a)=\varphi(b)\rightarrow(a,0)=(b,0)\rightarrow a=b$ y que φ es homomorfismo: $\varphi(a+b)=(a+b,\,0)=(a,0)+(b,0)=\varphi(a)+\varphi(b)$

Luego $(R,+)\subset(C,+)$

Definición: Definimos en C la operación **producto** de la siguiente forma: $\cdot: C\times C\rightarrow C$:

$(a,b)\cdot(c,d)=(a\cdot c-b\cdot d, a\cdot d+b\cdot c) \quad \forall(a,b),(c,d)\in C$

Propiedades (del producto):

Asociativa: $[(a,b)\cdot(c,d)]\cdot(e,f)=(a,b)\cdot[(c,d)\cdot(e,f)]\ \forall(a,b),(c,d),(e,f)\in C$

Conmutativa: $(a,b)\cdot(c,d)=(c,d)\cdot(a,b) \quad \forall(a,b),(c,d)\in C$

Elemento neutro o unidad: $\forall(a,b)\in C \quad \exists(1,0)\in C$ tal que $(a,b)\cdot(1,0)=(1,0)\cdot(a,b)=(a,b)$

A $(1,0)$ se le llama elemento neutro o unidad del producto.

Elemento simétrico o inverso: $\forall(a,b)\in C-\{0\}\equiv C^{*}\ \exists(c,d)=\left(\frac{a}{a^2+b^2},\frac{-b}{a^2+b^2}\right)\in C$ tal que $(a,b)\cdot(c,d)=(1,0)$.

A dicho elemento se le llama elemento simétrico del producto o elemento inverso.

NOTA: Así $(C^{*},\cdot)$ tiene estructura de grupo conmutativo y se llama grupo multiplicativo de los números complejos.

Proposición: El grupo multiplicativo $(C^{*},\cdot)$ contiene a $(R^{*},\cdot)$

Demostración:

Sea $\begin{array}{l}\varphi:(R^*,\cdot)\to(C^*,\cdot)\\ \quad a \quad \to\varphi(a)=(a,0)\end{array}$. Tenemos que φ es inyectiva: $\varphi(a)=\varphi(b)\to(a,0)=(b,0)\to a=b$ y que φ es homomorfismo: $\varphi(a\cdot b)=(a\cdot b,\, 0)=(a,0)\cdot(b,0)=(a\cdot b-0\cdot 0, a\cdot 0+b\cdot 0)=\varphi(a)\cdot\varphi(b)$

Luego $(R^*,\cdot)\subset(C^*,\cdot)$

Propiedad: En C se verifica la propiedad **distributiva del producto respecto de la suma**. Es decir,

$\forall(a,b),(c,d),(e,f)\in C,\ (a,b)\cdot[(c,d)\cdot(e,f)]=(a,b)\cdot(c,d)+(a,b)+(e,f)$

NOTA: Así, $(C^*,+,\cdot)$ tiene estructura de cuerpo conmutativo, llamado cuerpo de los números complejos.

Proposición: El cuerpo $(C^*,+,\cdot)$ contiene a $(R^*,+,\cdot)$

Demostración: φ es inyectiva: Visto anteriormente. φ es homomorfismo porque hemos visto que $\varphi(a+b)=\varphi(a)+\varphi(b)$ y que $\varphi(a\cdot b)=\varphi(a)\cdot\varphi(b)$.

3. EL ESPACIO VECTORIAL DE C

Definición: Definimos sobre $(C,+)$ la ley externa llamada producto por un escalar

$$\begin{array}{l} R\times C\to C\\ x\cdot(a,b)\to(x\cdot a, x\cdot b)\end{array}\quad \forall x\in R,\ \forall(a,b)\in C$$

Propiedades (del producto por un escalar):

Distributiva del producto con respecto a la suma:

$\forall x\in R,\ \forall(a,b),(c,d)\in C: x\cdot[(a,b)+(c,d)]=x\cdot(a,b)+x\cdot(c,d)$

Distributiva de la suma con respecto al producto: $\forall x,y\in R,\ \forall(a,b)\in C:(x+y)\cdot(a,b)=x\cdot(a,b)+y\cdot(a,b)$

Asociativa: $\forall x,y\in R,\ \forall(a,b)\in C: x\cdot(y\cdot(a,b))=(x\cdot y)\cdot(a,b)$

$\forall x\in R,\ \forall(a,b),(c,d)\in C: x\cdot[(a,b)\cdot(c,d)]=[x\cdot(a,b)]\cdot(c,d)$

Elemento unidad: $\exists 1\in R\ tal\ que\ \forall(a,b)\in C, 1\cdot(a,b)=(1\cdot a, 1\cdot b)=(a,b)$

Nota: Así $(C,+,\cdot_R)$ posee estructura de espacio vectorial. Sea $\varphi : C \to R^2$. φ es biyectiva $\Rightarrow C \cong R^2$

Observación: C no es un cuerpo ordenado.

Notación: $\forall x \in R \quad x = (x,0) \in C$. El número $(0,1) \in C$ es tal que $(0,1)\cdot(0,1) = (-1,0)$. Así la raíz cuadrada de $-1 \in R$ es: $\sqrt{-1} = \sqrt{(-1,0)} = (0,1) \equiv i$. Denotamos $i = (0,1)$

4. REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO COMPLEJO EN FORMA BINÓMICA.

Proposición: Todo $(a,b) \in C$ se puede escribir de forma única como $a + bi$.

Demostración: Sea $(a,b) \in C \to (a,b) = (a,0) + (0,b) = (a,0) + (b,0)\cdot(0,1) = a + bi$. Veamos que es único:

Supongamos que $\exists c + di = (a,b)$

$$\Rightarrow (c,0) + (d,0)\cdot(0,1) = (a,b) \Rightarrow (c,0) + (0,d) = (a,b) \Rightarrow (c,d) = (a,b) \Rightarrow a = c \ y \ b = d$$

Definición: El número complejo $a + bi$ se dice que está escrito en forma binómica.

Definición: Sea $z \in C,\ z = a + bi$. Se llama parte real de z y se denota $\mathrm{Re}(z)$ al número a, y parte imaginaria de z y se denota $\mathrm{Im}(z)$ al número b.

5. REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO COMPLEJO EN FORMA GEOMÉTRICA

Sea V_2 el plano euclídeo de OXY con ejes ortogonales, y sean $\vec{u}_1 \ y \ \vec{u}_2$ vectores de la base ortogonal.

Proposición: La aplicación $\begin{array}{l} \varphi : \quad C \quad \to \quad V_2 \\ z = a + bi \to \varphi(z) = a\vec{u}_1 + b\vec{u}_2 \end{array}$ es un isomorfismo de espacios vectoriales.

Nota: Así podemos identificar el número complejo $a + bi$ con el vector $a\vec{u}_1 + b\vec{u}_2$

Definición: Llamamos afijo del complejo $z = a + bi$ a un representante del vector $a\vec{u}_1 + b\vec{u}_2$ con origen en $(0,0)$ y extremo (a,b).

Definición: Dado el complejo $z = a + bi$ llamaremos módulo de z y lo denotaremos por $|z| = |a + bi|$ al número real positivo $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Llamaremos argumento de z y se denota $\arg(z)$ al ángulo α que forman los vectores $\vec{u}_1 \quad y \quad a\vec{u}_1 + b\vec{u}_2$, siendo $\alpha \in [0,2\pi)$ único.

6. CONJUGADO Y MÓDULO DE UN NÚMERO COMPLEJO

Definición: Llamamos conjugado de un número complejo $z = a + bi$ y lo denotamos por $\bar{z}$ al número complejo $\bar{z} = a - bi$ (misma parte literal y opuesta la parte imaginaria).

Proposición: La aplicación $\varphi : C \to C$ con $\varphi(z) = \bar{z}$ es un automorfismo y deja invariantes a los elementos de R.

Demostración: Sea $z = a + bi \in C$ y $z' = a' + b'i \in C$

φ es inyectiva:

$$Sea \quad \varphi(z) = \varphi(z') \to \bar{z} = a - bi = a' - b'i = \bar{z}' \to a = a' \quad y \quad b = b' \to a + bi = a' + b'i \to z = z'$$

φ es suprayectiva:

Dado $z = a + bi \in C$ como $b \in R$, $\exists(-b) \in R$ opuesto de b y así basta tomar $\varphi(a - bi) = a + bi$

Luego φ es biyectiva.

φ es homomorfismo Es inmediato ver que : $\varphi(z + z') = \varphi(z) + \varphi(z')$ y que $\varphi(z \cdot z') = \varphi(z) \cdot \varphi(z')$

Luego φ es automorfismo.

Veamos ahora que deja invariantes los elementos de R, es decir $\forall x \in R$, $\varphi(x) = x$:

Sea $z = x = (x,0) = x + 0i$: $\varphi(z) = \varphi(x) = \varphi(x + 0i) = x - 0i = x \to \varphi(x) = x$.

Nota: φ es involutivo, es decir, $\varphi^2 = Id$

Demostración: $\varphi^2(z) = \varphi^2(a + bi) = \varphi(\varphi(a + bi)) = \varphi(a + (-b)i) = a - (-b)i = a + bi = z$. Es decir, $\bar{\bar{z}} = \varphi^2(z) = \varphi(\bar{z}) = z$

Propiedades:

1) $\mathrm{Re}(\bar{z}) = \mathrm{Re}(z)$

2) $\mathrm{Im}(\bar{z}) = -\mathrm{Im}(z)$

3) $\mathrm{Re}(z) = \dfrac{1}{2}(z + \bar{z})$

4) $\mathrm{Im}(z) = \mathrm{Im}\left(\dfrac{1}{2}(z - \bar{z})\right)$

5) $\mathrm{Im}(z)=\frac{1}{2\cdot i}(z-\bar{z})$

Demostración:

1) $\mathrm{Re}(\bar{z})=a=\mathrm{Re}(z)$

2) $\mathrm{Im}(\bar{z})=-b=-\mathrm{Im}(z)$

3) $z+\bar{z}=2a=2\,\mathrm{Re}(z)\rightarrow \mathrm{Re}(z)=\frac{1}{2}(z+\bar{z})$

4) $z-\bar{z}=2bi\rightarrow \frac{1}{2}(z-\bar{z})=bi\rightarrow \mathrm{Im}\left(\frac{1}{2}(z-\bar{z})\right)=b=\mathrm{Im}(z)$

5) $z-\bar{z}=2bi\rightarrow \mathrm{Im}(z)=b=\frac{1}{2\cdot i}(z-\bar{z})$

Proposición: Sea $z=a+bi$, entonces:

1) $z\in R\Leftrightarrow z=\bar{z}$

2) z imaginario puro $\Leftrightarrow z+\bar{z}=0$.

Demostración:

1) $z=a+bi\in R\Leftrightarrow z=a+0i=a-0i=\bar{z}$

2) $z+\bar{z}=0\Leftrightarrow (a+bi)+(a-bi)=0\Leftrightarrow 2a=0\Leftrightarrow a=0\Leftrightarrow z=bi\Leftrightarrow z\ imaginario\ puro$

Proposición: $z\cdot\bar{z}=a^2+b^2$.

Demostración: Sea $z=a+bi$. $z\cdot\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2-abi+abi=a^2+b^2$

Corolario: Dado $z=a+bi\in C^*$ su inverso es $\frac{1}{z}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}$

Demostración: $\frac{1}{z}=\frac{\bar{z}}{z\cdot\bar{z}}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}$

Nota: Esto nos permite dar una nueva definición del módulo de un número complejo.

Definición: Llamamos módulo de un número complejo $z=a+bi$ y lo denotamos $|z|$ al número real positivo $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{z\cdot\bar{z}}$. También se llama valor absoluto del número complejo z.

Propiedades: (del módulo): $\forall z, z' \in C$ se verifica:

1) $|z| \geq 0 \quad y \quad |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

2) $|\operatorname{Re} z| \leq |z| \quad e \quad |\operatorname{Im} z| \leq |z|$

3) $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$

4) $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

5) $||z| - |z'|| \leq |z - z'|$

7. REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO COMPLEJO EN FORMA TRIGONOMÉTRICA Y EN FORMA POLAR. OPERACIONES

Definiciones:

Diremos que un número complejo $z \in C$ está representado en forma trigonométrica si $z = r(\cos\alpha + isen\alpha)$ con $r = |z|$ y $\alpha = \arg(z)$.

Diremos que un número complejo $z \in C$ está representado en forma polar si $z = r_\alpha$ con $r = |z|$ y $\alpha = \arg(z)$.

Nota: $$\left\{\begin{array}{c} z = a + bi \quad forma \;\; binómica \\ z = r(\cos\alpha + isen\alpha) \;\; forma \;\; trigonométrica \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} r\cos\alpha = a \\ rsen\alpha = b \end{array}\right. \rightarrow \alpha = arctg\frac{b}{a}$$

Operaciones de números complejos en forma polar y trigonométrica.

Producto:

Sean $z = r_\alpha \in C$ y $w = s_\beta \in C$ entonces $z \cdot w = (r \cdot s)_{\alpha+\beta}$

Demostración:

$$z \cdot w = r(\cos\alpha + isen\alpha) \cdot s(\cos\beta + isen\beta) =$$
$$r \cdot s[(\cos\alpha \cdot \cos\beta - sen\alpha \cdot sen\beta) + i(\cos\alpha \cdot sen\beta + sen\alpha \cdot \cos\beta)] = r \cdot s[\cos(\alpha+\beta) + i(sen(\alpha+\beta))] = (r \cdot s)_{\alpha+\beta}$$

Corolario: Sean $z_i = (r_i)_{\alpha_i}$ entonces $\prod_{i=1}^{n} z_i = \left(\prod_{i=1}^{n} r_i\right)_{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i}$

Demostración: Aplicando inducción.

Potencia:

Teorema: Fórmula de Moivre: Dado $z \in C \quad y \quad n \in Z \qquad z^n = (r^n)_{n\alpha}$

Demostración: Para $n \in N$ visto en el corolario anterior.

Para $n = -1$:

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{r(\cos\alpha - isen\alpha)}{r^2} = r^{-1}(\cos\alpha - isen\alpha) = r^{-1}[\cos(-\alpha) + isen(-\alpha)] = (r^{-1})_{-\alpha}$$

Para $n < -1$: $z^n = (z^{-n})^{-1} \quad con \quad -n \in N \rightarrow$

$$z^n = (z^{-n})^{-1} = [r^{-n}(\cos(-n\alpha) + isen(-n\alpha))]^{-1} = r^n[\cos(n\alpha) + isen(n\alpha)] = (r^n)_{n\alpha}$$

Así en forma trigonométrica podemos escribir: $(\cos\alpha + isen\alpha)^n = \cos(n\alpha) + isen(n\alpha) \quad \forall n \in Z$

División:

Sean $z = r_\alpha \in C$ y $w = s_\beta \in C$, entonces $\frac{z}{w} = \left(\frac{r}{s}\right)_{\alpha-\beta}$.

Demostración: Aplicando la fórmula de Moivre para obtener el inverso de un número complejo.

$$\frac{z}{w} = z \cdot w^{-1} = (r \cdot s^{-1})_{\alpha-\beta} = \left(\frac{r}{s}\right)_{\alpha-\beta}$$

Raíces:

Sea $z = r_\alpha \in C$, si $w = s_\beta$ tal que $w = \sqrt[n]{z}$ entonces $s = \sqrt[n]{r}$ y $\beta = \frac{\alpha + 2k\pi}{n}$ con $k = 0,1,\ldots,n-1$.

Demostración:

$$w = \sqrt[n]{z} \rightarrow z = w^n \rightarrow r_\alpha = (s_\beta)^n = (s^n)_{n\beta} \rightarrow r = s^n \ y \ n \cdot \beta_k = \alpha + 2k\pi \rightarrow s = \sqrt[n]{r} \ y \ \beta_k = \frac{\alpha + 2k\pi}{n}, \ \beta_k \in [0,2\pi)$$

con $k \in \{0,1,\ldots,n-1\}$ $ya \ que \ \beta_0 = \beta_n$.

Por tanto el número complejo z tiene n raíces n-ésimas y son $z_0, z_1, \ldots, z_{n-1}$ con $z_k = \left(\sqrt[n]{r}\right)_{\frac{\alpha+2k\pi}{n}}$ con $k = 0,1,\ldots,n-1$

Observación: Los afijo de las n raíces (n>2) n-ésimas de $z \in C^*$ son los vértices de un polígono regular de n lados y centro el origen de coordenadas.

Si n = 2 las raíces cuadradas son opuestas una de la otra.

8. APLICACIONES DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

Resolución de ecuaciones polinómicas de 2º grado:

Toda ecuación polinómica de 2º grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ con $a, b, c \in R$ puede resolverse formalmente siendo las soluciones: $x_s = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Si $b^2 - 4ac \geq 0$ las soluciones son reales.

Si $b^2 - 4ac < 0$ las soluciones son complejas y conjugadas entre si: $x_s = \dfrac{-b \pm \sqrt{4ac - b^2}\, i}{2a}$

Aplicaciones trigonométricas:

Supongamos que tenemos que calcular $\cos 5a \quad y \quad sen\, 5a$ conocidos $\cos a \quad y \quad sen\, a$

Tenemos, por la fórmula de Moivre y el binomio de Newton:

$$\cos 5a + isen\, 5a = (\cos a + isena)^5 =$$
$$\cos^5 a + 5\cos^4 a \cdot isena + 10\cos^3 a \cdot i^2 sen^2 a + 10\cos^2 a \cdot i^3 sen^3 a + 5\cos a \cdot i^4 sen^4 a + i^5 sen^5 a =$$
$$\left(\cos^5 a - 10\cos^3 a \cdot sen^2 a + 5\cos a \cdot sen^4 a\right) + i \cdot \left(5\cos^4 a \cdot sena - 10\cos^2 a \cdot sen^3 a + sen^5 a\right)$$

Luego:

$$\cos 5a = \left(\cos^5 a - 10\cos^3 a \cdot sen^2 a + 5\cos a \cdot sen^4 a\right)$$

$$sen\, 5a = \left(5\cos^4 a \cdot sena - 10\cos^2 a \cdot sen^3 a + sen^5 a\right)$$

Análogamente se pueden calcular $\cos na \quad y \quad sen\, na$

Aplicaciones Geométricas:

Recordar que $V_2 \cong C$. Así $z = a + bi$ lo podemos representar como el vector $a\vec{u}_1 + b\vec{u}_2$ con $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ base ortonormal de V_2. Así podemos identificar los números complejos con vectores.

A. TRASLACIONES

Sea $v \in C$. $v = v_1 + v_2 \cdot i$. Definimos $\begin{array}{l} \varphi_v : C \to C \\ z \to \varphi_v(z) = z + v \end{array}$. $\varphi_v(a+bi) = (a+v_1) + (b+v_2)\cdot i$.

Así, como $\varphi_v(z) \in C$, $\varphi_v(z) = x + y \cdot i \to \begin{cases} x = a + v_1 \\ y = b + v_2 \end{cases}$

La aplicación φ_v con $v \in C$ recibe el nombre de traslación de vector v en el plano complejo.

B. GIROS

Sea $U = \{z \in C \mid |z| = 1\} = 1_\beta$. Sea $u \in U$. $u = 1_\beta$.

Definimos $\begin{array}{l} \theta_u : C \to C \\ z \to \theta_u(z) = u \cdot z \\ z = a + bi = r_\alpha \to \phi_u(z) = 1_\beta \cdot r_\alpha = r_{\alpha+\beta} \end{array}$ donde $u \in U, \quad z \in C$

Se obtiene un número complejo con el mismo módulo.

La aplicación ϕ_u recibe el nombre de giro de ángulo β, siendo $u = 1_\beta$ (un giro es el producto de un complejo de módulo uno).

C. HOMOTECIAS CON CENTRO EL ORIGEN

Sea $k \in R^*$. Definimos $\begin{array}{l} \Psi_k : C \to C \\ z \to \Psi_k(z) = k \cdot z \\ z = a + bi \to \Psi_k(z) = ka + ikb \end{array}$ como $\Psi_K(z) = x + iy \to \left\{ \begin{array}{l} x = ka \\ y = kb \end{array} \right\}$

La aplicación Ψ_k con $k \in R^*$ recibe el nombre de homotecia de centro el origen y razón k en el plano complejo.

La composición de homotecias con traslaciones será:

$$(\varphi_v o \Psi_k)(z) = \varphi_v(\Psi_k(z)) = \varphi_v(kz) = kz + v$$

$$(\Psi_k o \varphi_v)(z) = \Psi_k(\varphi_v(z)) = \Psi_k(z+v) = kz + kv = kz + w$$

Así tenemos $\begin{array}{l} \phi : C \to C \\ z \to \phi(z) = kz + w, k \in R^* \ y \ w \in C \end{array}$

La aplicación ϕ recibe el nombre de homotecia de razón k y centro w siendo w el afijo del número complejo w.

D. SEMEJANZAS CON CENTRO EL ORIGEN (homotecia compuesto con giro)

Una semejanza con centro el origen es la composición de una homotecia con centro en el origen y un giro $\phi_u o \psi_k$. Basta componer ϕ_u y ψ_k en cualquier orden ya que el resultado es el mismo.

Nota: $(\psi_k o \phi_u)(z) = \psi_k(\phi_u(z)) = \psi_k(u \cdot z) = k \cdot u \cdot z = z' \cdot z \ ya \ que \ z' = k \cdot u \ y \ |u| = 1$

Sea $\begin{array}{l} \mu_z : C \to C \\ w \to z \cdot w = \mu_z(w) \end{array}$. Así $(\psi_k o \phi_u)(z) = z' \cdot z = \mu_{z'}(z)$. Así: $\mu_{z'} \equiv \psi_k o \phi_u$

Generalizando a semejanza con origen en cualquier punto basta componer una semejanza con origen en cero con una traslación de vector v obteniendo así la aplicación:

$$(\mu_{z'} o \varphi_v)(z) = \mu_{z'}(\varphi_v(z)) = \mu_{z'}(z+v) = z'(z+v) = z'z + z'v = z'z + w \text{ con } z', w \in C$$

9. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Este tema se introduce en 1º de Bachillerato. Es importante expresar los números complejos en todas sus formas (polar, trigonométrica, binómica y geométrica), saber pasar de la expresión en una forma a otra y saber operar con ellos.

Aconsejamos ejercicios en representación geométrica porque gráficamente es más sencillo de entender. Es importante que los alumnos conozcan la importancia de los números complejos sobre todo a la hora de resolver ecuaciones de 2º grado con el discriminante negativo, ya que hasta ahora para ellos no tenían solución.

Representaciones geométricas sencillas pueden plantearse con números complejos. Por ejemplo: Representar geométricamente los números complejos que verifican la ecuación: $\operatorname{Re}\left(\dfrac{z+3}{z-2}\right) = 0$.

Solución:
$$\frac{z+3}{z-2}=\frac{(a+3)+bi}{(a-2)+bi}=\frac{[(a+3)+bi][(a-2)-bi]}{(a-2)^2-b^2}=\frac{(\ )(a-2)+bi[(a+2)-(a+3)]+b^2}{a^2-4a+4-b^2}=$$
$$\frac{a^2+a-6+b^2}{a^2-4a+4-b^2}-\frac{b}{a^2-4a+4-b^2}i \rightarrow a^2+a-6a+b^2=0 \rightarrow \left(a+\frac{1}{2}\right)^2+b^2=\frac{25}{4}$$

Se trata de la circunferencia de centro $\left(\frac{-1}{2},0\right)$ y radio $\frac{5}{2}$.

•

Bibliografía

Análisis Matemático I. J.A. Fernández Viña, Ed. Tecnos.

Análisis Matemático. M. de Guzmán- B. Rubio. Ed. Pirámide.

Principios de Análisis Matemático. W. Rudin. Ed. McGraw-Hill

Introducción al Análisis Matemático J.M. Ortega. Ed.Labor

Curso de Análisis Matemático I. E.L. Lima. Ed. Edunsa.

Fz. De Troconiz, A. y Belda, E. Análisis algebraico.

Queysanne, M. Álgebra básica.

Números Naturales

Título: Números Naturales. **Target**: Profesores de Matemáticas. **Asignatura**: Matemáticas. **Autor**: Emiliana Oliván Calzada, Licenciada en Matemáticas, Profesora de Matemáticas en Educación Secundaria.

Los números naturales surgen ligados a la necesidad de “contar” y “medir”. Antes de que surgieran los números para la representación de cantidades, el ser humano usó otros métodos para contar, utilizando piedras, palitos de madera, nudos de cuerdas, los dedos, marcas en una vara,… Fue en Mesopotamia (4.000 a.C.) donde aparecieron las primeras señales de números que consistieron en grabados de señales en formas de cuñas sobre tableros de arcilla, adoptados más tarde en la Grecia antigua y en la Antigua Roma.

Para contar:

- Para saber la cantidad de elementos que tiene una colección de objetos (cardinal)
- Para indicar el lugar que ocupa un objeto dentro de una colección ordenada (ordinal).

Técnica de recuento con palabras:

1.- Para obtener el cardinal de un conjunto:

- ✓ Se aprende la sucesión de palabras numéricas, uno, dos, tres,…
- ✓ A cada elemento del conjunto que queremos contar, se le adjudica una única palabra numérica, siguiendo el orden establecido, hasta llegar al último elemento.

Se llama cardinal de la colección, a la palabra numérica adjudicada al último elemento del conjunto contado. Para la representación gráfica a cada palabra numérica se le representa por símbolos o cifras.

2.- Para obtener el ordinal de un elemento en un conjunto ordenado:

- ✓ Se aprende la sucesión de palabras: primero, segundo,…
- ✓ A cada elemento del conjunto ordenado se le adjudica una sola palabra de la sucesión anterior, siguiendo el orden establecido hasta llegar al elemento elegido.
- ✓ La palabra que le corresponde a dicho elemento es su ordinal.

Para medir:

- Algunas propiedades de los objetos son cuantificables y las llamamos magnitudes.
- Medir es contar cuántas veces la unidad de medida elegida está contenida en una cantidad de magnitud.
- Al número adjudicado a una cantidad de magnitud, la llamamos medida.

Puesto que los números naturales se utilizan para contar objetos, el cero puede considerarse el número que corresponde a la ausencia de los mismos. Por ello, el conjunto de los números naturales puede presentarse entonces de dos maneras distintas:

Definición sin el cero: $N = \{1,2,3,...\}$
Definición con el cero: $N = \{0,1,2,3,...\}$

El uso del cero como numeral fue introducido en Europa en el siglo XII con la invasión musulmana en la Península Ibérica, pero no se consideraba número natural. Sin embargo con el desarrollo de la teoría de conjuntos en el siglo XIX, el cero se incluyó en las definiciones conjuntistas de los números naturales.

Quien colocó al conjunto de los números naturales sobre lo que comenzaba a ser una base sólida, fue Dedekind, en el s. XIX. Este los derivó de una serie de postulados que después precisó Peano resultando así los famosos cinco postulados que llevan su nombre. Zemelo demostró la existencia del conjunto de números naturales dentro de su teoría de conjuntos y mediante el uso del axioma de infinitud permite construir el conjunto de números naturales como ordinales.

Veamos ahora formalmente el origen del conjunto de los números naturales a partir de los axiomas de Peano, teniendo en cuenta la presencia del cero en el conjunto de los números naturales, análogamente sería comenzando el conjunto N con el número uno.

Axiomas de Peano

El conjunto de los números naturales, que representamos por N, posee las siguientes propiedades:

Axioma 1:

0 es un número natural. Luego $N \neq \phi$ porque contiene un objeto, 0, que llamaremos cero.

Axioma 2:

Para cada $x \in N$, $\exists | 1\, número \quad natural,$ llamado sucesor o siguiente de x, que denotamos x'. Al siguiente de 0, lo denotamos 1 y lo leeremos UNO. En consecuencia $0' = 1$.

Axioma 3:

$\forall x \in N$ se tiene que $x' \neq 0$.

Axioma 4:

Si $x' = y' \Rightarrow x = y$.

Axioma 5: (Inducción)

Sea A un subconjunto de N con las siguientes propiedades:

i) $0 \in A$

ii) Si $x \in A \to x' \in A$

En estas condiciones $A = N$.

NOTA: Estos cinco axiomas son los que caracterizan al conjunto N

Teorema: Sean $x, y \in N$. Se verifica:

a) $x \neq y \Rightarrow x' \neq y'$

b) $\forall x \in N$ se verifica $x' \neq x$

c) Si $x \neq 0 \to \exists | 1 u \in N \quad tal \quad que \quad u' = x$

Demostración:

a) Si $x' = y' \overset{ax\,4}{\to} x = y$ absurdo. Luego $x' \neq y'$

b) Sea $A = \{x \in N | \; x' \neq x\}$. Veamos que $A = N$.

i) $0' \overset{ax\,3}{\neq} 0 \to 0 \in A$

ii) $x \in A \to x' \neq x \overset{a)}{\to} (x')' \neq x \to x' \in A$

En consecuencia por el axioma 5 de inducción $A = N$

c) Sea B el conjunto de números naturales constituido por 0 y por los números naturales para los que existe tal u. Es fácil ver que $B = N$ utilizando el axioma 5. Además u es único, porque si $u' = v' = x \overset{ax\,4}{\to} u = v$.

OPERACIONES EN N

Adición en N

Definición: A cada par de números naturales x, y le asignamos un número natural que denotamos $x+y$ (que leeremos x más y) y llamaremos suma de x con y tal que:

a) $x+0=x \quad \forall x \in N$

b) $x+y'=(x+y)' \quad \forall x, y \in N$

Teorema: $\forall x \in N \quad \exists| 1(x+y) \quad \forall y \in N$

Demostración: Supongamos que existen dos formas de definir $x+y$ de modo que se verifiquen a) y b) de la definición anterior. Sean $h(y)$ y $k(y)$ los números naturales obtenidos al sumar x con y, según esas dos formas y veamos que $h(y)=k(y) \quad \forall y \in N$. Sea $M=\{n \in N| \; h(n)=k(n)\}$.

i) Al ser $h(0)=x=k(0)$, tenemos que $0 \in M$.

ii) Si $n \in M$, se verifica que $(h(n))'=(k(n))'$ por el axioma 2 de Peano.

$$h(n')=x+n' \overset{def\ suma}{=} (x+n)'=(h(n))'=(k(n))'=(x+n)' \overset{def\ suma}{=} x+n'=k(n') \rightarrow n' \in M$$

Luego por el axioma de inducción $M=N$.

Nota: Si $y=0$ tenemos $x+1=x+0'=(x+0)'=x'$. Luego $x+1=x'$

Propiedades de la suma:

1.Asociativa: $\forall x, y, z \in N \quad (x+y)+z=x+(y+z)$

Demostración: Inducción: Sea $A=\{z \in N| \; (x+y)+z=x+(y+z)\}$

i) $0 \in A \quad porque \quad (x+y)+0=x+y=x+(y+0)$

ii) Si $z \in A. Veamos \quad que \quad z' \in A$:

$$(x+y)+z'=[(x+y)+z]'=[x+(y+z)]'=x+(y+z)'=x+(y+z')$$

Luego $A=N$.

2.<u>Conmutativa</u>: $\forall x, y \in N \quad x+y=y+x$

<u>Demostración</u>: Inducción: Sea $A=\{x \in N|\ x+y=y+x\}$

i) $0 \in A \quad porque \quad 0+y=y=y+0$

ii) Sea $x \in A. Veamos \quad que \quad x' \in A$, es decir, que $x'+y=y+x'$

$$\left.\begin{cases} x'+y=(x+1)+y=x+(1+y)=x+y'=y'+x \\ y+x'=y+(x+1)=(y+x)+1=x+y+1=x+y'=y'+x \end{cases}\right\} \rightarrow x'+y=y+x'$$

3.<u>Elemento neutro</u>: $\forall x \in N \quad x=x+0=0+x$. Llamaremos a 0 elemento neutro.

<u>Demostración</u>: $0+x \overset{Conm}{=} x+0 \overset{def\ suma}{=} x$

4. Si $x \in N-\{0\}$ entonces $x+y \neq y$

<u>Demostración</u>: Inducción: Sea $A=\{y \in N|\ x+y \neq y\} con\ x \in N-\{0\}$

i) $0 \in A \quad porque \quad x+0=x \neq 0$

ii) Sea $y \in A \quad Veamos \quad que \quad y' \in A$: $x+y'=(x+y)' \neq y' \rightarrow y' \in A$.

5. Sean $x, y \in N$. Entonces $x \neq y \rightarrow z+x \neq z+y \quad \forall z \in N$

<u>Demostración</u>: Inducción: Sea $A=\{z \in N|\ z+x \neq z+y\} con\ x \neq y$

i) $0 \in A \quad porque \quad 0+x \neq 0+y \quad ya \quad que \quad x \neq y$

ii) Sea $z \in A \ \ Veamos\ que\ z' \in A : x+z'=(x+z)'=(z+x)' \neq (z+y)'=(y+z')=z'+y$.

Nota: El recíproco pone de manifiesto que en N es válida la propiedad cancelativa para la suma, es decir, $z+x\neq z+y\rightarrow x\neq y$, o bien, $x+z\neq y+z\rightarrow x\neq y$.

6. $\forall x,y\in N$ se verifica uno y sólo uno de los apartados siguientes:

a) $x=y$

b) $\exists|\,1u\in N-\{0\}$ tal que $x=y+u$

c) $\exists|\,1v\in N-\{0\}$ tal que $y=x+v$

Demostración:

a) y b) son incompatibles por la proposición 4
a) y c) son incompatibles por la propiedad 4.
b) y c) son incompatibles porque caso contrario $x=y+u=(x+v)+u=x+(v+u)$ absurdo porque como $u\neq 0 \quad y \quad v\neq 0\rightarrow u+v\neq 0\rightarrow x\neq x+(u+v)=x+(v+u)$.

Luego a), b) y c) son incompatibles.

Ahora bien, $\forall x\in N$ fijado. Sea A el conjunto de N (es decir $y\in N$) para los que se verifica a), b) ó c). Es fácil ver que $A=N$.

i) Si $y=0 \quad 0=y\in A$ porque verifica a)

ii) Si $y\in A$ vemos que $y'=x+1\rightarrow y'\in A$

De donde $0\in A$ y si $y\in A$ también $y'\in A$.

Luego $A=N$.

Multiplicación en N

Definición: A cada par de números naturales x,y le asignamos un número natural que denotamos $x\cdot y \quad o \quad xy$ (que leeremos x por y) y que llamaremos producto de x por y tal que:

a) $x\cdot 0=0 \quad \forall x\in N$

b) $x \cdot y' = x \cdot y + x \quad \forall x, y \in N$

Teorema: Para cada $x \in N \ \exists| 1 \, x \cdot y, \quad \forall y \in N$.

Demostración: Supongamos que existen dos formas de definir $x \cdot y$ de modo que se verifiquen a) y b) de la definición anterior. Sean $h(y)$ y $k(y)$ los números naturales obtenidos al multiplicar x por y, según esas dos formas y veamos que $h(y) = k(y) \ \forall y \in N$. Sea $A = \{z \in N | \ h(z) = k(z)\}$.

i) Al ser $h(0) = 0 = k(0)$, tenemos que $0 \in A$.

ii) Si $z \in A$, se verifica que $h(z) = k(z) \rightarrow h(z') = h(z) + x = k(z) + x = k(z') \rightarrow z' \in A$.

Luego por el axioma de inducción $A = N$.

Propiedades de la multiplicación

1. Conmutativa: $\forall x, y \in N \quad x \cdot y = y \cdot x$

Demostración: Inducción: Sea $A = \{y \in N | \ x \cdot y = y \cdot x\}$. Veamos que $A = N$.

i) $0 \in A \quad porque \quad 0 \cdot y = 0 = y \cdot 0$

ii) Sea $y \in A$. Veamos que $y' \in A$, es decir, que $x \cdot y' = y' \cdot x$

$$x \cdot y' \overset{def}{=} x \cdot y + x \overset{y \in A}{=} y \cdot x + x \overset{def}{=} y' \cdot x$$

Luego por el axioma de inducción $A = N$.

2. Distributiva del producto respecto de la suma: $\forall x, y, z \in N \qquad x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z \overset{Conm}{=} (y + z) \cdot x$

Demostración: Inducción: Fijados $x, y \in N$. Sea $A = \{z \in N | \ x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z\}$

i) $x \cdot (y + 0) = x \cdot y = x \cdot y + 0 = x \cdot y + x \cdot 0 \rightarrow x \cdot (y + 0) = x \cdot y + x \cdot 0 \rightarrow 0 \in A$

ii) Sea $z \in A$. Se tiene:

$$x \cdot (y + z') \overset{def\,suma}{=} x \cdot \left[(y + z)'\right] \overset{def\,prod}{=} x \cdot (y + z) + x =$$

$$x \cdot y + x \cdot z + x = x \cdot y + (x \cdot z + x) \overset{def\,prod}{=} x \cdot y + x \cdot z' \rightarrow z' \in A$$

Luego por el axioma de inducción $A = N$

3. Asociativa: $\forall x, y, z \in N \quad (xy)z = x(yz)$

Demostración: Inducción: Fijados $x, y \in N$. Sea $A = \{z \in N | \ (xy)z = x(yz)\}$.

Veamos que $A = N$.

i) $(x \cdot y) \cdot 0 = 0 = x \cdot 0 = x \cdot (y \cdot 0) \rightarrow (x \cdot y) \cdot 0 = x \cdot (y \cdot 0) \rightarrow 0 \in A$

ii) Supongamos que $z \in A$. Veamos que $z' \in A$.

$$(x \cdot y)z' \overset{def}{=} (x \cdot y) \cdot z + x \cdot y = x \cdot (y \cdot z) + x \cdot y = x \cdot (y \cdot z + y) =$$
$$x \cdot (y \cdot z') \rightarrow (x \cdot y) \cdot z' = x \cdot (y \cdot z') \rightarrow z' \in A$$

Luego por el axioma de inducción $A = N$.

4. Existencia de elemento unidad:

El número natural 1, es el elemento unidad para el producto, es decir, $x \cdot 1 = x = 1 \cdot x \quad \forall x \in N$.

Demostración:

Existencia: $0' = 1; \ x \cdot 1 = x \cdot 0' \overset{def}{=} x \cdot 0 + x = 0 + x = x \rightarrow x \cdot 1 = x$

Unicidad: Supongamos que existen dos elementos unidad, el 1 y otro llamado $u \in N$. Entonces $\forall x \in N$ tenemos $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ y $x \cdot u = u \cdot x = x$.

$$\left.\begin{array}{l} 1 \cdot x = x \quad \forall x \in N. \, Como \ u \in N \rightarrow 1 \cdot u = u \\ u \cdot x = x \quad \forall x \in N. \, Como \ 1 \in N \rightarrow u \cdot 1 = 1 \end{array}\right\} \rightarrow u = 1 \cdot u \overset{Conm}{=} u \cdot 1 = 1 \rightarrow u = 1$$

Nota: Teniendo en cuenta las propiedades de la adición y multiplicación de números naturales, podemos garantizar que $(N, +, \cdot)$ es un *semianillo conmutativo con elemento unidad.*

ORDEN EN N

Definiciones:

a) Si existe $u \neq 0$ tal que $x = y + u \rightarrow x > y$, que leeremos x mayor que y.
b) Si existe $v \neq 0$ tal que $y = x + v \rightarrow x < y$, que leeremos x menor que y.
   Nota: Es inmediato ver que $x > y \Leftrightarrow y < x$

c) $x \leq y$, que leeremos x menor ó igual que y $\Leftrightarrow x < y \;\; ó \;\; x = y$
d) $x \geq y$, que leeremos x mayor ó igual que y $\Leftrightarrow x > y \;\; ó \;\; x = y$

Nota: Es inmediato ver que $x \leq y \Leftrightarrow y \geq x$.

Propiedades de la relación $\leq$:

Proposición: la relación $\leq$ cumple las siguientes propiedades:

a) Reflexiva: $x \leq x \quad \forall x \in N$
   Demostración: $x = x \quad \forall x \in N \rightarrow x \leq x \quad \forall x \in N$

b) Antisimétrica: Si $x \leq y \quad e \quad y \leq x \rightarrow x = y \quad \forall x, y \in N$

   Demostración: $\left. \begin{array}{l} x \leq y \rightarrow x < y \quad ó \quad x = y \\ x \geq y \rightarrow x > y \quad ó \quad x = y \end{array} \right\} \rightarrow x = y$

c) Transitiva: Si $x \leq y \quad e \quad y \leq z \rightarrow x \leq z \quad \forall x, y, z \in N$
   Demostración: Veamos tres casos:

$$Si \quad x = y \quad e \quad y \leq z \rightarrow x = y \leq z \rightarrow x \leq z$$

$$Si \quad y = z \quad y \quad x \leq y \rightarrow x \leq y = z \rightarrow x \leq z$$

$$Si \quad x < y \quad e \quad y < z \rightarrow \exists u, v \in N - \{0\} \quad tal \quad que \quad y = x + u,\; z = y + v \rightarrow$$

$$z = y + v = (x + u) + v = x + \left(\underbrace{\underbrace{u}_{\neq 0} + \underbrace{v}_{\neq 0}}_{\neq 0} \right) \rightarrow x < z$$

Definición: Con estas tres propiedades se dice que $(N, \leq)$ es un conjunto ordenado.

Proposición: $\forall x, y, z \in N$ se verifican:

a) $x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$

b) $x = y \Leftrightarrow x + z = y + z$

c) $x > y \Leftrightarrow x + z > y + z$

<u>Demostración</u>:

$\Rightarrow]$ Casos:

- Sea $x < y \rightarrow \exists u \in N - \{0\}$ tal que $y = x + u$.

  Entonces $y + z = (x+u) + z \overset{Asoc}{=} x + (u+z) \overset{Conm}{=} x + (z+u) \overset{Asoc}{=} (x+z) + \overset{\neq 0}{u} \rightarrow y + z > x + z$

- Si $x = y$ es evidente que $x + z = y + z$.
- Si $x > y \rightarrow y < x \underset{Caso 1^o}{\rightarrow} y + z < x + z \rightarrow x + z > y + z$.

$\Leftarrow]$ Casos:

- Sea $x + z < y + z \rightarrow \exists u \neq 0$ tal que

  $y + z = (x+z) + u = x + (z+u) = x + (u+z) = (x+u) + z \rightarrow y + z = (x+u) + z \rightarrow$

  $\underset{propcancel}{\rightarrow} y = x + \underset{\neq 0}{u} \rightarrow x < y$

- Si $x + z = y + z$ es evidente que $x = y$.
- Si $x + z > y + z \rightarrow y + z < x + z \underset{Caso 1^o}{\rightarrow} y < x \rightarrow x > y$

<u>Proposición</u>:

a) Si $x \leq y, z \leq t \rightarrow x + z \leq y + t$. Además si uno de los signos en la hipótesis es menor estricto $(<)$, entonces el signo de la tesis es también menor estricto $(<)$.

b) $0 \leq x \ \ \forall x \in N$

c) $x < y \rightarrow x + 1 \leq y$

d) $x < y + 1 \rightarrow x \leq y$

<u>Nota</u>: a) se suele expresar diciendo que el orden es compatible con la suma.

<u>Definición</u>: Un conjunto A se dice bien ordenada si es un conjunto ordenado (es decir, cumple las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva) y además tiene elemento mínimo para cualquier subconjunto de A no vacío.

Teorema: $(N,\leq)$ es un conjunto bien ordenado.

Demostración: Vimos que $(N,\leq)$ es un conjunto ordenado. Veamos que $\forall A\subseteq N \quad con \quad A\neq\phi$, A tiene elemento mínimo.

Sea $A\subseteq N, \quad A\neq\phi$. Sea $B=\{x\in N|\ x\leq y \quad \forall y\in A\}$.

Como $0\leq y \quad \forall y\in N \underset{A\subseteq N}{\underbrace{\to}} 0\leq y \quad \forall y\in A$, luego $0\in B\to B\neq\phi$.

Sea $y\in A$ (existe porque $A\neq\phi)\to y+1\notin B$ porque $y+1 < \neq y\in A\to B\neq N$

Luego existe un número natural $a\in B$ tal que $a+1\notin B$, ya que en caso contrario $B=N$.

Como $a\in B$, se tiene que $a\leq x \quad \forall x\in A$. Además $a\in A$ ya que si $a\notin A$ se tiene $a<y \quad \forall y\in A\to a+1\leq y \quad \forall y\in A\to a+1\in B$ lo que contradice que $a+1\notin B$.

Así hemos encontrado un elemento $a\in A$ tal que $a\leq x \quad \forall x\in A$, es decir, A tiene elemento mínimo $a=\min\{A\}$

Corolario: $\forall A\subseteq N \quad A\neq\phi$ tal que está acotado superiormente (es decir, $\exists k\in N$ tal que $x\leq k \quad \forall x\in A$), existe $m\in A$ tal que $x\leq m \quad \forall x\in A$. Es decir, todo subconjunto de N no vacío, acotado superiormente tiene máximo.

Demostración:

Sea $A\subseteq N \quad A\neq\phi$ acotado superiormente. Sea $B=\{z\in N|\ x\leq z \quad \forall x\in A\}$.

Como A está acotado superiormente $\exists k\in N$ tal que $x\leq k \quad \forall x\in A\to k\in B\to B\neq\phi$.

Como $(N,\leq)$ es un conjunto bien ordenado, todo subconjunto no vacío de N contiene un elemento mínimo.

Como $B\subseteq N \quad B\neq\phi\to B$ tienen elemento mínimo $\to\exists b\in B$ tal que $b\leq z \quad \forall z\in B\to b=\min\{B\}$

Si vemos que $b\in A$ ya está porque sería su máximo. Veamos que $b\in A$

1º) Si $b=0\to A=\{0\}\to b\in A$

2º) Si $b\neq 0\to\exists u\in N \quad tal \quad que \quad b=u'$. Supongamos que $b\notin A \underset{def\ de\ B}{\longrightarrow} x<b=u' \quad \forall x\in A\to x<u'=u+1\to x\leq u \quad \forall x\in A\to u\in B$ con

$b = u' = u + 1 \rightarrow u \in B \quad con \quad u < b$ lo que es absurdo porque contradice que b sea el mínimo de B $\rightarrow b \in A$.

En ambos casos b es el máximo de A.

Corolario: $(N, \leq)$ es un conjunto totalmente ordenado.

Demostración: Sean a, b números naturales, hay que ver que $a \leq b \quad o \quad b \leq a$. En efecto, por el teorema que dice que $(N, \leq)$ es un conjunto bien ordenado, en el subconjunto $\{a, b\}$ a ó b son el mínimo.

Propiedades:

a) $x < y \rightarrow xz < yz \quad \forall z \in N - \{0\}$
b) $x > y \rightarrow xz > yz \quad \forall z \in N - \{0\}$
c) $x = y \rightarrow xz = yz \quad \forall z \in N$
d) $xz < yz \rightarrow x < y \quad \forall z \in N$
e) $xz > yz \rightarrow x > y \quad \forall z \in N$
f) $xz = yz \rightarrow x = y \quad \forall z \in N - \{0\}$
g) $x < y \quad z < t \rightarrow xz < yt$
h) $x \leq y \quad z < t \rightarrow xz < yt$ (tenemos en cuenta que $t \neq 0$ porque $z < t \quad en \quad N$).
i) $x \leq y, \quad z \leq t \rightarrow xz \leq yt$ es decir el orden en N es compatible con el producto.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

En 3º ESO es donde se ha de afianzar el concepto de número natural. Dado el conjunto finito $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ el alumno está habituado a hacer corresponder el número natural 1 a “a”, el 2 a “b”,…, el 7 a “g”. Es conveniente que el alumno sepa qué número natural asignado a cada elemento de A es el número ordinal de dicho elemento. “a” recibe el nombre de primero, “b” de segundo,…, “g” de séptimo. (Estos son los ordinales).

Los alumnos se familiarizarán con el proceso de asignar a cada elemento de un conjunto su número ordinal, llamado operación de contar. También aprenderán lo que es el número cardinal de un conjunto finito, que será el ordinal de su último elemento.

Es conveniente que los alumnos utilicen bien los paréntesis en sumas y productos de números naturales. ●

Bibliografía

Landau, E. Foundations of analysis. Chapter 1: Natural Numbers.

Fernández de Trocóniz, A. y Belda Villena, E. Análisis algebraico.

Julio Rey Pastor: Análisis algebraico.

Unidad didáctica: A Picasso le gusta la Paz

Título: Unidad didáctica: A Picasso le gusta la Paz. **Target**: Profesores de educación infantil. **Asignatura**: Todas las áreas de educación infantil. **Autor**: Adelina María Sirvent Gárriga, Licenciada en Ciencias de la Educación/ Doctora por la Universidad de Alicante, Profesora de Educación Infantil.

JUSTIFICACIÓN

Con la presentación de esta unidad didáctica pretendemos un doble objetivo, por un lado trabajar la educación de la paz con motivo de la celebración el día 31 de enero de la paz escolar. Por otro, queremos acercar a los niños al conocimiento de grandes obras pictóricas y de sus autores.

Trabajaremos en cada sesión con uno o dos bits de inteligencia sobre obras de Picasso. Partiendo de que la etapa de educación infantil el cerebro se desarrolla con mayor rapidez, pose una gran plasticidad y se encuentra muy receptivo para crear conexiones neuronales. Por ello nos planteamos en estas edades potenciar y estimular todas las capacidades del niño. En este sentido, la utilización de los bits, en este caso concreto de arte, estimulan las capacidades cerebrales y crean las bases para el conocimiento futuro. Se ha diseñado para descubrir a los niños aspectos de la realidad que no siempre tienen cerca y ampliar así los horizontes infantiles. Se trata de abrir campos de conocimiento, fomentar en ellos la curiosidad para aprender, facilitar la conexión neuronal, y en definitiva, consolidad redes de comunicación.

El principio básico que debe presidir toda expresión pictórica en la etapa de Educación Infantil; es que sea ante todo una actividad lúdica. De esta forma queda asegurada la motivación, así como la vertiente expresiva, de proyección al exterior, del trabajo del niño.

La actividad plástica del niño, tiene unos valores y una estética propios, que nada tienen que ver con los patrones que rigen la actividad artística del adulto. Por tanto es erróneo que el adulto pretenda imponer sus criterios estéticos o inferir en el trabajo expresivo del niño, exigiendo unos códigos establecidos, impulsando estereotipos o favoreciendo representaciones convencionales. El niño al pintar, no está aplicando unos criterios artísticos, sino que simplemente se está expresando, y desde esta necesidad de comunicación elige, con total libertad, los materiales, los colores, crea unas formas, etc. El profesor debe respetar la libertad expresiva del niño y conocer el nivel de maduración y desarrollo evolutivo para ayudarle. No se trata de dejar hacer sin más, sino de apoyarles con estímulos (bits de la obra de Picasso) y actividades enriquecedoras (propuesta didáctica) para que, de forma progresiva, el niño vaya diversificando sus esquemas gráficos y potenciando sus capacidades expresivas. En definitiva, esto es lo que pretendemos en el trabajo que presentamos.

La manipulación, la experimentación y la observación es uno de los principios metodológicos en la etapa de Educación Infantil. Por ello, a través del conocimiento de uno de los pintores más importantes de España, esta unidad didáctica permite la manipulación de distintos materiales que pondremos al alcance de los niños y la utilización de diferentes técnicas de plásticas, así como la observación y valoración de importantes obras pictóricas.

La observación es una tendencia espontánea en los niños pero las características psicológicas de éstos (el sincretismo, la centración y el egocentrismo) hacen que la observación sea asistemática. Pretendemos en esta unidad sistematizar las observaciones que los niños hagan de las obras de Picasso siguiendo los siguientes pasos:

1. Dejaremos que los niños realicen una observación espontánea con una libre interpretación de la obra, igualmente con manipulación y experimentación de las distintas sustancias y materiales que empleemos en cada momento. En este primer nivel de experimentación y observación, los niños recogen información ejercitando todos sus sentidos: ver, oler, tocar, gustar, oír.

2. En segundo nivel de observación sistemática estructuraremos la información recogida y centraremos la atención de los niños en aquello que nos interese en cada momento. Para conseguirlo ayudaremos a los niños a través de preguntas como: ¿de qué color es?, ¿para qué sirve?, ¿a qué huele?, etc.

3. Pasaremos a una observación comparada, que nos permitirá descubrir diferencias y semejanzas, utilizando en esta observación los conceptos básicos cómo: ligero-pesado, fuerte-flojo, cálido-frío, alegre-triste, seco, viscoso, etc.

4. El último paso será la comunicación de lo observado en los distintos lenguajes existentes: oral, gráfico, plástico y dinámico. A través de esta comunicación el niño terminará por ordenar y estructurar las percepciones que ha efectuado en los niveles anteriores

Del mismo modo, y debido a que nuestra unidad se realizará, entre otros, en el día de la paz, trataremos de llevar a cabo actividades que tengan relación con un mejor entendimiento. Le daremos un enfoque esencialmente comunicativo, ya que el lenguaje es la principal forma de resolución de conflictos y éste es un aprendizaje importante en esta etapa.

ELEMENTOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Como ya indicamos al comienzo del planteamiento, el objetivo global que perseguimos es: "describir cómo programaríamos para Educación Infantil el centro de interés "A Picasso le gusta la paz".

Objetivos

1.-Escuchar y comprender el cuento de "Picasso es divertido".

2.-Leer e interpretar pictogramas sencillos.

3.-Participar y colaborar en actividades colectivas tales como la decoración del aula.

4.-Adquirir el vocabulario propio de la unidad didáctica.

5.-Expresar ideas, deseos y sentimientos sobre las obras del autor.

6.-Conocer algunos datos importantes de la vida de Pablo Picasso.

7.-Identificar las distintas etapas de su obra mediante la observación de los cuadros.

8.-Valorar la importancia de una sociedad pacífica, rechazando las injusticias y discriminaciones.

9.-Participar activamente en las fiestas del colegio.

10.-Utilizar las diferentes formas del lenguaje como medio de expresión en los distintos contextos que sobre las actividades se plantean.

11.-Memorizar y conocer las adivinanzas y los poemas de la unidad.

12.-Realizar los trazos con la dirección correcta.

13.-Iniciarse en el conocimiento y utilización de los medios audiovisuales y de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), tomando conciencia progresiva de la necesidad de un uso moderado.

14.-Mantener una actitud de escucha ante las audiciones de piezas musicales.

15.-Discriminar sonidos propios de los instrumentos musicales.

16.-Reproducir y dramatizar las canciones.

17.-Utilizar las diferentes técnicas plásticas para elaborar los elementos decorativos de la unidad didáctica.

18.-Interesarse y apreciar las producciones propias y las de los demás, y por algunas obras artísticas que se le presenten, aproximándose a la comprensión del mundo cultural.

19.-Desplazarse autónomamente por el espacio educativo.

20.-Reconocer sus propias posibilidades de acción.

21.-Identificar y comunicar sentimientos, emociones y vivencias.

22.-Adquirir actitud de respeto hacia las características y opiniones de los demás.

Contenidos

Para lograr dichos objetivos se trabajará los tres tipos de contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales).

Conceptos:

- Vocabulario.

- Textos orales: el cuento

- Pautas de comportamiento y normas básicas de comportamiento.

- Posturas y movimientos del cuerpo.

- Datos importantes de la vida de Picasso.

- Etapas importantes de la obra de Picasso.

- Paz y cooperación en la convivencia.

- Textos literarios: cuentos, canciones, poesías y adivinanzas.

- Técnicas plásticas.

- Obras artísticas: obras de Picasso

Procedimientos:

- Comprensión de la importancia de la paz y la cooperación en la convivencia.

- Coordinación y colaboración con iguales y adultos en la resolución de tareas cotidianas.

- Coordinación y control motor en las actividades y adquisición progresiva de habilidades motrices nuevas.

- Planificación y secuenciación de la propia actuación.

- Utilización y comprensión del lenguaje oral.

- Utilización del vocabulario básico relacionado con el tema.

- Comprensión de cuentos leídos por el adulto.

- Discriminación auditiva de distintos sonidos.

- Iniciación en el uso moderado de los medios audiovisuales y de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

- Observación, interpretación y conocimiento de obras de arte.

- Utilización de las diferentes técnicas plásticas.

- Acercamiento a piezas musicales clásicas.

Actitudinales:

- Interés y colaboración en la resolución de conflictos a través del diálogo.

- Valoración de la importancia de la convivencia pacífica.

- Respeto a las normas básicas de convivencia.

- Interés por participar en las actividades que se propongan.

- Valoración y cuidado por los objetos y los espacios.

- Disfrute con las actividades de movimiento.

- Interés por expresar oralmente las propias necesidades y deseos.

- Valorar el lenguaje como medio de comunicación y disfrute.

- Aprecio por los textos literarios.

- Disfrute de obras de arte.

- Gusto y disfrute de piezas musicales clásicas.

Estos contenidos nos darán la oportunidad de trabajar la Educación en Valores a través de temas como: Educación Moral y para la Paz, potenciando la resolución de conflictos a través del diálogo y valorando los juegos no violentos y la Educación para la igualdad de sexos, analizando que las profesiones no tiene sexos, sino que una persona puede tener la profesión que quiera independientemente de si es hombre o mujer.

Actividades

Una vez establecidos los objetivos, contenidos diseñaremos las experiencias de enseñanza aprendizaje que llevaremos a cabo con los niños. Se desarrollarán primero las actividades de motivación y evaluación de conocimientos previos, en segundo lugar las de desarrollo y de análisis, y, por último, de generalización, aplicación y síntesis.

Estas actividades serán del siguiente tipo:

1ª sesión: Presentación, motivación y evaluación de los conocimientos previos.

Los niños entrarán a clase y encontrarán diversos materiales relacionados con la pintura, tales como un caballete, pinceles, paleta, etc. Hablaremos de qué puede significar eso y les diremos que vamos a estudiar a un pintor y descubriremos una foto del pintor que teníamos tapada. Levantamos el paño que cubre el caballete y allí está Picasso. Dejaremos que los niños se expresen libremente y después les contaremos su vida brevemente como un cuento.

Para finalizar la asamblea repartiremos una ficha informativa con la foto de Picasso y un breve texto debajo, que tendrán que completar copiando de la pizarra las palabras que faltan. A la derecha de la ficha, realizarán el retrato del pintor.

Tarde: Taller de Plástica

La obra de Picasso se puede dividir en varias etapas. En esta sesión presentaremos la época azul (1901/04). Se caracteriza por el empleo de colores fríos en sus pinturas: azul, violeta,.. Representa temas de la realidad social que a Picasso le entristecían. Podemos mostrar obras como: *Pobres a orillas del mar*, *El viejo guitarrista*.

Los pasos que seguiremos para la presentación de las obras de Picasso son:

1. Observación espontánea, por tanto asistemática. Primero dejaremos que los niños observen y opinen libremente sobre los que les sugiere la obra "Pobres a orillas del mar".

2. Observación dirigida, sistemática. Después mediante preguntas reconduciremos la observación de los niños hacia aquellos aspectos que nos interesa que descubran: colores, formas, trazos, luces y sombras, intención del autor, etc.

3. Observación comparada Una vez presentado el primer bit de arte (por ejemplo, *Pobres a orillas del mar*), les enseñaremos otro (*El viejo guitarrista*). Aquí nos interesa que los niños descubran las semejanzas y las diferencias.

4. Expresión de lo observado. En esta fase de la observación nos interesa utilizar varios lenguajes para la expresión: oral, plástico y dinámico. El lenguaje oral será el más utilizado, pero también los niños pueden imitar a los personajes que aparecen en las obras Y para finalizar realizaremos la expresión plástica por parte de los niños en los que tendrán que elaborar una versión personal sobre lo observado.

NOTA: Siempre seguiremos el mismo proceso para la presentación de las obras, por lo que no lo repetiremos.

- En esta sesión que presentamos la etapa azul y representa la tristeza, estableceremos un diálogo con los niños para que nos digan qué situaciones les producen tristeza. (Recordemos que estamos trabajando también la paz). Para finalizar, daremos una ficha en la que les sugerimos que la pinten toda de azul como hizo Picasso y, encima dibujar sobre algo que los ponga tristes con cera negra.

- Expondremos los trabajos de los niños en un lugar visible de la clase. Disfrutar de la exposición valorando cada uno de los dibujos realizados. Preguntarles sobre qué han querido expresar, por qué han elegido esos colores, si creen que hay similitudes con la época azul de Picasso, etc.

Actividades de desarrollo

2ª sesión:

·Época rosa (1905/06): colores suaves y tonos claro. Temas caracterizados por la vitalidad y la alegría, sobretodo personajes de circo

- Presentaremos la etapa rosa de Picasso, que corresponde a una época alegre. Explicaremos la relación existente entre esta etapa y el circo.

- Enseñaremos las obras: *Familia de acróbatas* y *Acróbatas de la bola*.

- Primero nos fijaremos en *Familia de acróbatas* ¿cuántas personas hay? ¿Qué hacen?... Les diremos que este cuadro también se conoce por el nombre de familia de saltimbanquis. Después de la conversación, escribiremos la ficha del cuadro en la pizarra y los niños la copiarán más tarde detrás de la ficha informativa.

- Presentación de *Acróbatas de la bola* los compararemos y comentaremos lo que nos aparece en cada uno.

- Conversar con los niños sobre situaciones que les producen alegría: la celebración de su cumpleaños, fiestas, juegos,etc.

- Repartiremos una ficha en la que aparece la silueta de los personajes del cuadro de Picasso llamado *Familia de acróbatas.* Los niños tendrán que pintar el dibujo de manera similar al cuadro, imitando la etapa rosa. Seriarán gomets alrededor de toda la imagen. O bien hacer un dibujo, utilizando los colores de Picasso, de la situación que les ponga más alegres.

Tarde: Taller de música

Música: Audición y actividades.

Título: Himno de la alegría

Autor: L. Van Beethoven.

Breve biografía: (Bonn, actualmente Alemania, 1770 - Viena, 1827) Compositor alemán. Nacido en el seno de una familia de origen flamenco, su padre, ante las evidentes cualidades para la música que demostraba el pequeño Ludwig, intentó hacer de él un segundo Mozart, aunque con escaso éxito.

La verdadera vocación musical de Beethoven no comenzó en realidad hasta 1779, cuando entró en contacto con el organista Christian Gottlob Neefe, quien se convirtió en su maestro. Él fue, por ejemplo, quien le introdujo en el estudio de Bach, músico al que Beethoven siempre profesaría una profunda devoción.

Miembro de la orquesta de la corte de Bonn desde 1783, en 1787 Ludwig van Beethoven realizó un primer viaje a Viena con el propósito de recibir clases de Mozart. Sin embargo, la enfermedad y el posterior deceso de su madre le obligaron a regresar a su ciudad natal pocas semanas después de su llegada.

En 1792 Beethoven viajó de nuevo a la capital austriaca para trabajar con Haydn y Antonio Salieri, y se dio a conocer como compositor y pianista en un concierto que tuvo lugar en 1795 con gran éxito. Su carrera como intérprete quedó bruscamente interrumpida a consecuencia de la sordera que comenzó a afectarle a partir de 1796 y que desde 1815 le privó por completo de la facultad auditiva.

Los últimos años de la vida de Beethoven estuvieron marcados también por la soledad y una progresiva introspección, pese a lo cual prosiguió su labor compositiva, e incluso fue la época en que creó sus obras más impresionantes y avanzadas.

- A los niños les presentaremos un bit de Beethoven y le explicaremos la breve biografía.

Comentario: Esta obra tiene su origen en la *Oda a la Alegría*, escrita por Friedrich von Schiller en 1785.

Ludwig van Beethoven conoció la obra del escritor alemán, y desde ese momento manifestó su inspiración y deseo de ponerle música. El 7 de mayo de 1824, Beethoven presenta su Novena Sinfonía, cuyo cuarto y último movimiento concibió para ser interpretado por un coro y solistas basándose en la *"Oda a la Alegría"*.

En 1970, fue escrita una letra por el cantante Miguel Ríos. Y en 1972, el Consejo de Europa adoptó la oda como himno. Herbert von Karajan, uno de los más grandes directores contemporáneos, accedió a una petición del Consejo de Europa de escribir tres arreglos instrumentales para piano solo, viento y orquesta sinfónica.

En 1986, fue adoptado como *Himno* de la *Unión Europea* (UE), siendo interpretado por primera vez de manera oficial el 29 de mayo de ese mismo año.

-Escucharemos la canción de Miguel Ríos para ir aprendiéndola pues la cantaremos con el resto de compañeros del colegio el día de la fiesta.

- Cantaremos la canción siguiendo el musicograma.

3ª sesión

Presentaremos el cuadro de *Pablo vestido de Arlequín*. Observaremos el cuadro y les comentaremos que era el hijo de Picasso. Les diremos que el cuadro se realizó en 1924 cuando Picasso tenía 43 años. Compararemos esta obra con cualquiera de las trabajadas hasta ahora, siguiendo el proceso explicado el primer día.

Les daremos una hoja con el cuadro de *Pablo vestido de Arlequín* donde habremos dibujado líneas a modo de un puzzle para que lo recorten y se lo lleven a casa.

Haremos la ficha informativa del cuadro como es habitual.

Tarde:Atención educativa (o Religión).

En clase de atención educativa hemos decidido hacer las siguientes actividades:

- Observamos la exposición de los trabajos que los niños realizaron el primer día y comprobaremos que nos ponen tristes las mismas cosas: cuando no tenemos amigos o cuando nos enfadamos con ellos, si estamos enfermos, etc. Comentamos las coincidencias entre varios trabajos.

- Escribimos en la pizarra lo que nos pone tristes a nosotros. Decidimos con ayuda del profesor elaborar un decálogo para cambiar siempre que podamos las acciones que nos ponen tristes por otras que nos producen alegría. Por ejemplo: Que nadie este sólo- Invitar a compartir juegos, juguetes y confidencias con el compañero/a.

- Retiramos los dibujos tristes y en su lugar colocaremos el decálogo que el profesor escribirá en una cartulina y permanecerá allí todo el curso para no olvidar lo que debemos hacer.

4ª sesión:

Época cubista (1907/17): *i*nicia esta época con la obra: *Las señoritas de Avignon*, con gran influencia del arte africano y de la escultura ibérica. Elimina la profundidad y realiza una composición en la que muestra las figuras de frente y de perfil a la vez.

Explicaremos que consiste en un tipo de pintura caracterizada por basarse en formas geométricas, como triángulos, rectángulos, cubos… Les presentaremos la obra de la *Las señoritas de Avignon*. Comentaremos que representa, donde se expone,... Les daremos la ficha informativa del cuadro, para guardar en su dossier.

- Los niños deberán dibujar su propia versión de la obra.

Tarde: Taller de informática

Iremos a la sala de ordenadores y cada niño buscará en Internet el cuadro que más les guste de Picasso lo guardaremos y se imprimirá y será la portada para los trabajos realizados durante esta unidad.

5ª Sesión

En esta sesión mostraremos el autorretrato de Picasso correspondiente a la etapa del cubismo que vieron el día anterior. Les pediremos que digan en qué se diferencia a una foto real. Explicaremos que se llama autorretrato a un cuadro que representa a la persona que lo ha pintado. Les enseñaremos los autorretratos que tenemos del pintor para que comprueben las diferencias.

Hablaremos del cuadro y realizaremos una ficha en la que, junto al autorretrato cubista de Picasso, cada niño/a hará su propio autorretrato utilizando la técnica que más le haya gustado.

Taller: Psicomotricidad

A. Asamblea de presentación de la sesión:

Acogida de los niños y saludos. Aprovecharemos este momento para un contacto directo con cada uno.

B. Actividad motriz

Explicaremos a los niños que vamos a convertirnos en Picasso en sus dos épocas: azul y rosa. Les recordamos brevemente ambas etapas, diciendo que la etapa azul corresponde a cuando Picasso estaba triste y la rosa a cuando estaba alegre.

Nos moveremos libremente por la sala. La tutora llevará un gorro azul y una bufanda rosa. Los niños deberán estar atentos para que cuando la profesora se ponga el gorro azul, ellos caminen muy tristes, con la cabeza baja, y no mirarán a ningún compañero.

Cuando la seño se ponga la bufanda rosa, ellos levantarán la cabeza, caminarán alegremente, se pararán con los compañeros que se encuentren, se saludarán y charlarán.

Después volveremos a la calma.

C. Relajación

Para realizar la relajación de esta sesión, haremos un gran círculo. Cuando la profesora muestre el gorro azul, los niños se tirarán al suelo, fingiendo pena y haciendo con su cuerpo una bola, tratando de ocupar el menor espacio posible. Cuando muestre la bufanda rosa, los niños se levantarán y estirarán, sonriendo.

D. Asamblea final

Hablaremos sobre lo que nos ha parecido la actividad. Después, nos iremos a clase, donde dibujarán lo que hemos realizado.

Tarde: Taller de expresión oral:

- Actividad ayudados por el profesor inventaremos un poema y una adivinanza de Picasso.

Poema: Amigos de colores

Tengo un amigo

color chocolate,

chata nariz,

labios granate.

Tengo otro amigo

color amarillo

ojos rasgados

negro flequillo

Falta mi amigo

color aceituna,

dulce mirada

risa de luna.

Yo soy de plata,

dice el abuelo,

azules los ojos,

rubio el cabello.

Amigos de colores unamos las manos;

negro, amarillo

aceituna, blanco.

¡Un gran arco iris

entre todos formamos! (I. Díaz)

Actividades 2ª semana

6ª sesión

Esta mañana aparecerá en clase la más famosa obra de Picasso, *Guernica,* les dejaremos tiempo para que ellos expresen lo que les sugiere el cuadro y digan lo que ven. Les diremos que es una obra de la etapa del cubismo, por qué la pintó, dónde está, etc. Como siempre cada niño tendrá una ficha informativa sobre el cuadro.

- Después, les daremos una reproducción del *Guernica* al que le faltan algunas partes. Ellos deben buscar en otra ficha las partes correspondientes, recortarlas y pegarlas.

Tarde: **Taller de plástica:**

- Realizaremos banderines con la paloma de Picasso para el día de la Paz. Les daremos un folio verde y ellos deberán dibujar la paloma con ceras blancas.

7ª sesión

- Les presentamos el dibujo, que representa una paloma y que Picasso regaló en 1949 a su amigo Matisse. El dibujo se utilizó para el cartel del Congreso por la Paz que se celebró en París en 1949. Ese mismo año Picasso tuvo una hija que le pusieron de nombre Paloma. En 1950, Picasso recibió el premio Lenin de la Paz.

- Comentamos la importancia de regalar a nuestros amigos familiares, profesores y lo que más se agradece es cuando hacemos nosotros mismos algo (un dibujo) pensando en la persona a la que se lo vamos a dar. Les proponemos hacer cada uno un dibujo para regalar y hacer un poco más felices a los demás.

- Ficha informativa de la obra.

Tarde: Taller de música

- Memorizar la canción que cantarán el día de la Paz “Doy palmadas en el día de la Paz”.

- Canción de Rosario Flores: “Nunca más la violencia”

8ª sesión

Hoy le hablaremos a los niños de que a Picasso además de pintar le gustaba esculpir, inventar…Les presentaremos un bits de alguna escultura o vasija del Museo Picasso de Málaga. Después realizarán un plato de arcilla que decorarán con un punzón.

Religión o atención educativa

- El profesor traerá a clase el decálogo acordado en la anterior clase de atención educativa, lo comentamos una vez colocado en el lugar del aula destinado. Le añadimos los dibujos-alegres que realizamos el día que trabajamos la época rosa de Picasso.

- Comentar los dibujos y las normas del decálogo. Por último comprometernos a cumplirlas.

Actividades de síntesis

9ª sesión

- Les presentaremos la obra: *Las cuatro esquinas del mundo*, que simboliza la unión de las distintas razas del mundo bajo la paz, representada por la paloma.

- Conversar sobre las sensaciones que transmite la obra y la relación que puede haber entre las cuatro figuras. Seguir el esquema de trabajo que explicamos el primer día. Comparar esta obra con la presentada en la 7ª sesión.

- Después los niños harán una ficha en la que deberán dibujar la obra de Picasso que más les ha gustado

Tarde

Taller de inteligencia emocional.

- Cuento: El Gigante egoísta.

- Comentario y actividades sobre el cuento utilizando diferentes técnicas de Gianni Rodari.

Taller de 10ª sesión

- Realización de un gran mural titulado *Los colores del mundo*, basado en la obra del día anterior. Dibujar una gran paloma en papel continuo y pegar siluetas picadas alrededor representando las distintas razas (negra, amarilla, marrón y blanca). (Las siluetas se pueden colorear con cera blanda de los colores citados. Este mural será nuestra aportación a la fiesta de la Paz.

- Por último, completar el mural dibujando estrellas y soles, arco iris y toda clase de elementos que hacen referencia a la paz y a la armonía.

- Hacer notar que el arco iris nos parece bello por la cantidad y variedad de colores que tiene; del mismo modo, el hecho de que existan distintas razas es enriquecedor para el ser humano.

Tarde

Esta tarde celebraremos el día de la Paz. Invitaremos a los padres para que asistan a la fiesta que celebraremos todo el colegio.

CONCLUSIÓN

La propuesta que presentamos cumple una doble finalidad: acercar a los niños al mundo del arte y trabajar la educación para la paz.

Hemos desarrollado la unidad contextualizada en un momento concreto del curso la celebración del día de la paz en la escuela. Para ello, nos hemos basado en una metodología con un enfoque globalizador, activa, lúdica y participativa. ●

Bibliografía

ESCAMILLA, A. (1993): *Unidades didácticas: Una propuesta de trabajo de aula*. Zaragoza, Edelvives.

GARCÍA GONZÁLEZ, F. (2001): *Cómo elaborar unidades didácticas en la Educación Infantil.* Barcelona, CISS PRAXIS.

GARDNER, H. (2000): *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas.* Barcelona: Paidós.

GARDNER (2001): *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el S.XXI.* Barcelona: Paidós.

GALLEGO ORTEGA J. L. y FERNÁNDEZ DE HARO, E. (2004): *Enciclopedia de Educación Infantil*. Málaga, Aljibe.

RODARI, G. (1985): *Gramática de la fantasía. Introducción al arte de inventar historias.* Barcelona, Ed. Fontanella.

VVAA (2001): *El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI*. Barcelona,
Editorial Grao.

TRUEBA MARCANO, B. (1989): *Talleres integrales en Educación Infantil*. Madrid, Ed. La Torre.

Unidad didáctica: El viento

Título: Unidad didáctica: El viento. **Target**: Profesores de Educación Infantil. **Asignatura**: Todas las asignaturas de Educación Infantil. **Autor**: Adelina María Sirvent Gárriga, Licenciada en Ciencias de la Educación/ Doctora por la Universidad de Alicante, Profesora de Educación Infantil.

JUSTIFICACIÓN

La unidad didáctica que presentamos se titula “El viento”. Con ella, hemos pretendido desarrollar las capacidades que prescribe el actual currículo en la etapa de educación infantil a través del desarrollo de las inteligencias múltiples que propone Howard. Gardner.

El viento es un fenómeno atmosférico fácilmente observable por el/la niño/a, ya que produce efectos tangibles en sí mismo (azota la cara, mueve la ropa…), y en la naturaleza, es algo totalmente cotidiano pero que a la vez pasa desapercibido. Se produce en la naturaleza y también puede ser provocado artificialmente. El obtener efectos fácilmente observables producidos por el viento (aire en movimiento) es bastante habitual y sencillo de conseguir y producir por parte de los niños/as puesto que hay muchas situaciones cotidianas que producen viento.

En esta unidad nos proponemos, a través de múltiples y sencillas actividades, llevar a los niños/as a la reflexión y análisis de la importancia del viento, de sus características (fuerte, débil, etc.) y sus efectos sobre la naturaleza.

El hecho de que soplen con una pajita un pequeño barco de papel, les puede llevar a entender por qué se mueven los grandes veleros en el mar. Al mover soplando pequeños papelitos, pueden llegar a comprender como se transportan las semillas a través del viento para realizar la polinización. Así mismo pueden llegar a averiguar el funcionamiento de un molinillo de viento, si antes lo han experimentado en pequeña escala. Partiendo de pequeñas experiencias cotidianas y habituales en el proceso de enseñanza/aprendizaje pueden llegar a entender “grandes cosas”, como la fuerza del viento, intensidad, dirección, utilidades, etc.

Se trata de que los niños/as descubran un fenómeno atmosférico tan cercano para ellos como es el viento y mediante su observación y experimentación, conozcan las distintas características de los diferentes tipos de vientos, su variedad, utilidades (molinos, fuente de energía…) y su repercusión en la naturaleza (olas del mar, erosión, transporte de semillas, vuelo de los pájaros, movimiento de las nubes, etc.). Además aprenderemos que de la fuerza del viento nos podemos beneficiar (viajar en globos, barcos… y producir energía…) y a su vez nos puede perjudicar en casos extremos como huracanes, tifones, etc.

El tratamiento del tema que presentamos se caracteriza por una serie de principios y estrategias qué describimos a continuación. En primer lugar optamos por el método científico como metodología escolar que sitúa la observación y la experiencia del alumno en el centro de la actividad escolar. En la actualidad es muy frecuente poner a los alumnos ante la realidad, ya sea mediante salidas escolares o llevando objetos y materiales al aula para ser analizados y estudiados.

La observación es una cualidad inherente al ser humano; en los niños y niñas es una tendencia espontánea, pero las características psicológicas de éstos hacen que la observación sea asistemática:

- El sincretismo impide realizar al niño/a una observación analítica, completa.

- La centración le hace fijar su atención en un aspecto de lo observado, desatendiendo los demás.

- El egocentrismo lo lleva a implicarse efectivamente con lo que observa, con la consiguiente dificultad para establecer relaciones lógicas.

Teniendo en cuenta las características antes mencionadas, la Escuela Infantil deberá compensar las carencias de la observación de los niños y niñas ayudándoles a sistematizarlas. Para ello, en primer lugar dejaremos que los niños realicen una observación espontánea con una libre manipulación y experimentación de las distintas sustancias y materiales que empleemos en cada momento. En este primer nivel de experimentación y observación, los niños recogen información ejercitando todos sus sentidos: ver, oler, tocar, gustar, oír. Más tarde pasaremos a un segundo nivel de observación sistemática en la que estructuraremos la información recogida y centraremos la atención de los niños en aquello que nos interese en cada momento. Para conseguirlo ayudaremos a los niños a través de preguntas como: ¿de qué color es?, ¿para qué sirve?, ¿a qué huele?, etc. Una vez realizados estos dos primeros niveles de observación y experimentación, pasaremos a una observación comparada, que nos permitirá descubrir diferencias y semejanzas, y conceptos básicos cómo: ligero-pesado, fuerte-flojo, caliente-frío, etc.

El último paso será la comunicación de lo observado en los distintos lenguajes existentes: oral, gráfico, plástico y dinámico. A través de esta comunicación el niño terminará por ordenar y estructurar las percepciones que ha efectuado en los niveles anteriores

La experimentación entendida como base del conocimiento científico, tiene por objetivo desarrollar en el niño una serie de habilidades y destrezas que sirven para sentar las bases del conocimiento científico, adecuándolo, claro está, al momento evolutivo en el que éste se encuentra.

La experimentación consiste en el proceso a través del cual intentamos dar respuestas a las cuestiones que se nos plantean ¿Por qué no se mueven los barcos que hemos realizado?, ¿por qué vuelan los aviones de papel?, ¿y los pájaros?... Al experimentar, nos sumergimos en un proceso que va más allá de la simple observación, el cual nos lleva a efectuar un análisis más profundo del objeto a estudio que estamos tratando, puesto que afrontamos la resolución de situaciones problemáticas.

El niño, cotidianamente a través de sus contactos con los elementos de su entorno, se enfrenta espontáneamente a la resolución de situaciones problemáticas, a los que intenta dar soluciones a través de sus intuiciones, actuando sobre los objetos y modificando estas actuaciones si es necesario.

A partir del ensayo-error, intenta dar con la solución adecuada, hasta que la encuentra o se cansa de su empeño de hallarla, y cuando finalmente resuelve el problema, el proceso efectuado, queda marcado en su memoria y lo aplica a otras situaciones, a la vez que sus habilidades manipulativas se van consolidando.

La curiosidad e interés que sienten los niños/as por todo aquello que les rodea, se constituye en la fuerza motivadora en tomo a la cual, los educadores deberemos proyectar nuestras propuestas de observación y de experimentación. Deberemos aprovechar las experiencias espontáneas y propiciar la realización de otras experiencias, que de un modo sistemático, incidan en mejorar las capacidades que posean para resolver problemas.

Para conseguir lo expresado anteriormente es necesario que los niños sean los protagonistas del aprendizaje, potenciando su actividad tanto física como intelectual, manipulativa como reflexiva.

Para llevar a cabo nuestra propuesta utilizaremos tanto la observación directa, siempre que se pueda, como la indirecta a través de búsquedas en Internet, bits de inteligencia, periódicos, libros, fotografías u otros materiales.

La presentación de los contenidos será: la primera semana los efectos del viento en la naturaleza y la segunda semana los beneficios o perjuicios del viento.

La distribución de actividades las hemos presentado numeradas según corresponden a las diez sesiones que durará la unidad. Estas actividades se realizarán en asamblea durante los primeros minutos de las sesiones escolares. Después se podrá elaborar una ficha que ayude a consolidar los contenidos trabajados ese día. El archivo de los trabajos constituirá el dossier que los niños llevarán a casa para recordar lo aprendido.

Al final de nuestro trabajo hacemos una propuesta de talleres que se pueden realizar y que contribuirán, junto con el resto de actividades y rincones, al desarrollo de las inteligencias múltiples.

OBJETIVOS

1.- Descubrir el viento como una fuente de energía.

2.- Conocer y enumerar algunos tipos de vientos, especialmente los nuestra comunidad.

3.- Valorar las energías renovables como una acertada solución para nuestro futuro.

4.- Enumerar objetos que se mueven con el viento.

5.- Nombrar máquinas que producen viento.

6. Conocer y experimentar sobre cómo medimos el viento, dirección y fuerza.

7. Reconocer la importancia del viento en el proceso de reproducción de las plantas, así como en algunos deportes y actividades de ocio.

8. Conocer y experimentar algunos instrumentos musicales de viento.

9. Nombrar deportes en los que el viento sea el motor principal.

10. Participar en los diferentes talleres.

11. Desarrollar la creatividad con el uso de materiales del entorno.

12. Conocer algunos fragmentos de música clásica y tratar de expresarlos con el propio cuerpo.

14. Cantar canciones del folklore popular en castellano y otras en inglés.

15. Iniciarse en el conocimiento de obras artísticas, disfrutando de su observación y de su interpretación.

16. Iniciarse en el conocimiento y utilización de los medios audiovisuales y de las tecnologías de la Información y Comunicación, tomando conciencia progresiva de la necesidad de un uso moderado.

CONTENIDOS

Conceptuales

- El viento en la naturaleza (polinización, erosión…)

- El viento como fuente de energía (molinos, velas, movimientos de barcos…)

- Distintos tipos de vientos (húmedo, seco, fuerte, frío, cálido, etc.)

- Sensaciones que produce el aire en movimiento. Intensidades de soplidos, dirección de los mismos.

- El viento como fenómeno atmosférico.

- Instrumentos musicales de viento

- Deportes y el viento.

- Canciones: La Flauta de Bartola.

- Fragmento de música clásica: *El vuelo del moscardón*. (musicograma).

- Obra pictórica:

- Pizarra digital.

Procedimentales.

- Descubrimiento del viento como fuente de energía.

- Expresión de sensaciones que produce el viento.

- Observación en la naturaleza de los efectos que produce en seres vivos y objetos.

- Producción de aire en movimiento con el propio cuerpo.

- Producción de aire en movimiento con distintos tipos de objetos y máquinas e instrumentos musicales.

- Clasificación sencilla de distintas intensidades de viento.

- Realización de montajes plásticos con objetos susceptibles a ser trasladados por el viento.

- Experimentación del efecto del aire en movimiento sobre los objetos.

- Conocimiento de algunos tipos de viento.

- Reconocimiento de la importancia del viento en el proceso de polinización.

- Construcción de objetos con material reciclado.

- Memorización de poesías, adivinanzas….canciones.

- Observación e interpretación de obras de arte.

Actitudinales:

- Valoración de las energías renovables.

- Confianza en las posibilidades propias y en la propia capacidad para producir viento.

- Interés por la observación de la naturaleza.

- Respeto hacia el medio ambiente (plantas, entorno más próximo, naturaleza).

- Actitud positiva ante los efectos beneficiosos del viento: renovación del aire, transportar hojas y semillas…

- Valorar el estar en ambientes no contaminados y bien ventilados con aire puro.

- Gusto y placer por producir sonidos con instrumentos de viento.

- Valoración de las profesiones relacionadas con las energías alternativas.

- Confianza en las propias posibilidades de acción.

- Goce y disfrute con las audiciones de música clásica.

- Disfrute con la observación e interpretación de obras de arte.

- Interés por acercarse conocer y utilizar los diferentes medios audiovisuales e informáticos

Estos contenidos nos darán la oportunidad de trabajar la Educación en Valores a través de temas como: Educación ambiental, educación para la Igualdad, educación intercultural y educación para la paz. Concretamente en esta unidad fomentaremos actitudes de colaboración y respeto entre los niños en las diferentes tareas realizadas en el aula. Recordaremos normas para el cuidado y respeto del medio ambiente.

ACTIVIDADES

La intervención educativa que promueve el aprendizaje se concreta en último término en las actividades que se desarrollan en la escuela. El diseño y desarrollo de situaciones de enseñanza y aprendizaje requiere diferentes tipos de actividades para responder al desarrollo de los distintos tipos de capacidades en los niños; además, de servir de evaluación de la práctica docente. Para planificar las actividades que llevaremos a cabo en esta propuesta didáctica sugerimos el siguiente esquema:

- Actividades iniciales que son las que introducen el tema a tratar, motivan a los niños para abordar nuevos aprendizajes y también nos ayudan a detectar los conocimientos previos que poseen y así adecuar los contenidos al nivel óptimo de aprendizaje.

- Actividades de desarrollo destinadas a adquirir los nuevos conocimientos, detectar posibles dificultades durante el proceso de aprendizaje e intentar resolverlas lo antes posible. Además, de mostrar a los alumnos, en todo momento, la funcionalidad de lo aprendido.

- Actividades finales**.** Estas actividades nos permiten conocer el grado de consecución de los contenidos trabajados, son actividades de consolidación y síntesis. *Ejemplos de estas actividades pueden ser las siguientes*: conversación dirigida para comprobar lo aprendido, completar el mapa conceptual, hacer un dibujo, entre otras.

Actividades de ampliación y refuerzo.

Estas actividades permiten personalizar el proceso de enseñanza aprendizaje, realizaremos actividades de ampliación para los niños que han conseguido satisfactoriamente las actividades de desarrollo y plantearemos actividades de refuerzo para aquellos niños que han tenido dificultades con el fin de que consoliden dicho aprendizaje. Pero tanto las actividades de apoyo y refuerzo como las de ampliación y profundización, se irán programando a lo largo de las distintas sesiones, y serán los propios alumnos con sus dudas, sugerencias y opiniones los que nos vayan marcando las características de este tipo de actividades.

Actividades de motivación:

Esperaremos a los niños con una audición que recoja el sonido del viento, soplando con distintas intensidades. Preguntaremos a los niños sobre lo escuchado estableciendo un diálogo para aclarar dudas, al tiempo que les motivamos sobre el tema que durante una quincena trataremos.

En una cartulina que previamente habremos dividido en tres columnas para escribir en cada una de ellas: Qué sabemos del viento, qué queremos saber y qué hemos aprendido. Preguntando a los niños anotamos sus respuestas bajo la columna qué sabemos del viento y qué queremos saber. La última columna la iremos completando a lo largo del proceso formando un gran mapa conceptual que recoja todos los contenidos trabajados.

-Les contaremos que EOLO era el dios del viento, vivía en la isla flotante Eolia con sus seis hijos y sus seis hijas. Zeus le había dado el poder de controlar los vientos, Eolo los tenía encadenados en un antro profundo, donde los gobernaba con un dominio absoluto, apresándolos o liberándolos a su antojo ya que todos os vientos liberados podrían provocar graves desastres en el cielo en la tierra y las aguas. Eolo era el responsable del control de las tempestades, y los dioses, le pedían en algunos casos su ayuda, como lo hizo Hera para impedir que Eneas desembarcase en Troya, y otros muchos dioses.

Les enseñaremos una foto que represente al dios del viento.

-Observaremos diariamente el tiempo atmosférico, como hacemos, especialmente durante esta Unidad y comprobaremos como han sido los días, con viento, sol, lluvia, etc. lo escribiremos en un registro preparado previamente.

Actividades de desarrollo:

2.-Veremos un video para observar los efectos del viento,el proceso de polinización. Comentaremos lo que hemos visto y le haremos comprender la importancia que tiene el viento en este proceso. También podemos presentar un bit que recoja este proceso.

3. Erosión y dunas: Buscaremos en Internet fotografías en las que los niños/as puedan observar rocas erosionadas por la acción del viento, las veremos en la pizarra digital y nos servirán de apoyo para la explicación.

Conocemos las dunas: Les diremos que son una acumulación de arena, en los desiertos o el litoral, generada por el viento, por lo que las dunas poseen unas capas suaves y uniformes. Pueden ser producidas por cambios en el viento o por variaciones en la cantidad de arena. Observaremos las dunas en imágenes de Internet o en bits de inteligencia.

Experiencia: Con un secador (siempre usado por los profesores, como medida de seguridad) y un kilo de azúcar formar dunas.

4- Aprovecharemos un día de viento para salir al patio y observar el movimiento de las hojas de los árboles. Recogeremos algunas hojas.

También colgaremos tiras de tela y papel de distinto grosor y peso. Soplaremos, y pondremos un ventilador o secador de pelo (siempre utilizados por los adultos) y ver cómo se mueve. Comprobar las diferencias y deducir los porqués. Realizar alguna fotografía que más tarde servirá para comentar en la pizarra digital.

5. El mar y el viento. Al moverse el aire sobre la superficie del mar ocasiona un desplazamiento de masas de agua que conocemos con el nombre de oleaje. El tamaño y la velocidad de las olas depende de la intensidad del viento. Las olas gigantes, que pueden alcanzar hasta veinte metros de altura, tienen una causa diferente: Los movimientos sísmicos del fondo del mar (maremotos). La aparición de tales olas (normalmente en el océano Pacífico) pueden provocar grandes catástrofes.

Experiencia: Soplar con una pajita en un barreño para formar las olas del mar. Después colocaremos los barquitos de papel y haremos carreras.

6. Jugaremos a abanicarnos. Producimos nosotros el viento. Cada niño cogerá su abanico, que ha realizado en el taller y les propondremos que se abaniquen así mismos y a sus compañeros comprobaremos la sensación de frescor que produce. Hablaremos de los abanicos, su origen, utilidad, como servía para comunicarse. Les presentaremos algunos bits donde los niños puedan observar la gran variedad de formas colores, tamaños y materiales con los que se realizan

7- Juego trataremos de averiguar la dirección del viento. Con los ojos cerrados, un compañero/a soplará y tendrá que averiguar por dónde ha venido el aire. Haremos una veleta, con un palo y un trozo de tela, que colocaremos en el patio del colegio para observar la dirección del viento. Cada día el encargado registrara la dirección del viento en un cuaderno preparado para ello.

Experiencia: Colocar en macetas varios molinillos de diferente tamaño, observar como se mueven y cuál es la dirección del viento.

Les presentaremos un bit de un anemómetro y les diremos para qué sirve, dónde los podemos encontrar....

8- Presentaremos fotos a los niños sobre los molinos de viento, explicaremos su utilidad, para moler grano, para generar electricidad,… Les enseñaremos fotos de una central eólica y de los molinos de viento de la Mancha, comparar la forma, la utilidad,…Por último realizar un molino de viento con un cilindro y colocar unas aspas con encuadernadores, dibujar la puerta y colocar el tejado.

9.-El viento y el deporte. La vela, el parapente, el globo.

10.- Huracanes y tifones. Les hablaremos de la fuerza del viento, que cuando es muy intensa puede producir catástrofes. Comentaremos los efectos devastadores del viento en algunos lugares, mediante fotos: propagar incendios, erosionar tierras fértiles, Haremos una ficha en la que tengan que ordenar fotos según un secuencia temporal, donde se ha producido un huracán, ciclón, o tifón.

Actividades de síntesis:

Completar el Mapa conceptual en la pizarra digital.

Tarde:

Fiesta del viento: Salir al patio del colegio y volar los aviones, paracaídas, cometas… Pondremos piscinas de plástico para que nuestros barcos puedan navegar. Al entrar hablaremos de la importancia que tiene el viento para que estos y otros objetos puedan volar.

Exposición de trabajos: abanicos, pay pays, paracaídas, globos barcos, aviones, y molinos de viento.

TALLER DE CONSTRUCCIONES

Haremos abanicos, un pays pays, molinillos, cometas, aviones y barcos. Se formarán seis grupos de niños, para atender de forma más individualizada a los alumnos y realizar en cada uno de ellos un utensilio.

Abanico: con depresores, papel charol, un encuadernador y gomets de varios colores y formas para decorar.

Barcos: papel y otros con cáscara de nuez.

Cometas: papel continúo y varillas.

Aviones y molinillo: fichas.

Segunda sesión.

Construir una veleta, un globo y un paracaídas.

Paracaídas: con bolsas y muñecos de plástico.

Globo aerostático: con un petit suis y un trozo de tela.

TALLER DE ARTE

1ª sesión

En este taller podemos presentar varias obras pictóricas relacionadas con el tema que nos ocupa: *Maja con abanico* de Botero o *Vista del puente de Sobres* de Henri Rousseau.

Obra de arte de Henri Rousseau: *Vista del puente de Sobres*. 1908. Óleo sobre lienzo, 81cms x 100 cms. Museo de Ermitage, San Petesburgo.

Actividades: Primero presentaremos un bit del autor comentándoles a los niños una breve biografía del pintor. El bit lo colocaremos en el rincón del arte, para que los niños vayan familiarizándose con el artista. Después les presentamos la obra, dejaremos que los niños comenten libremente que les parece y seguidamente guiaremos esta observación a través de preguntas. Para finalizar los niños pueden realizar su propia versión sobre la obra y ésta junto a las fichas informativas del autor y de la obra se guardarán en la "Carpeta de arte" donde a lo largo del curso guardarán la información de las pinturas trabajadas en el aula.

2ª Sesión

Monumentos: Presentaremos algunos bits como por ejemplo: *Torre de los Vientos* en Atenas o *Rosa de los vientos* en Coruña.

Seguiremos el mismo proceso que con las obras pictóricas.

TALLER DE MÚSICA.

1ª Sesión

Escuchar el sonido del viento

Podemos aprender canciones en castellano e inglés. Por ejemplo: *La flauta de Bartolo*

Bartolo tenía una flauta

con un agujero solo

y su madre le decía

toca la flauta Bartolo

Bartolo tenía una flauta

con un agujero solo

y a todos daba la lata

con su flauta el buen Bartolo.

Bits de Instrumentos: Instrumentos musicales de viento, flauta, trompeta, saxofones, clarinetes… Llevaremos a clase algunos y otros se los presentaremos a través de los bits de inteligencia.

Salida : Asistir a un concierto de instrumentos de viento en el conservatorio.

2ª Sesión:

Audición: *El vuelo del moscardón*

Breve biografía de Rimsky Korsakov

Actividad:

Escucharemos la audición clásica: "El vuelo del moscardón" de Rimsky Korsakov. Después se moverán libremente según les sugiera la música. A continuación representaremos el ritmo de la audición sobre papel en un musicograma. Previamente lo habremos hecho delante de ellos en la pizarra y después se lo daremos a ellos en una ficha para que sigan con el dedo el ritmo. Por último, realizarán un dibujo sobre lo que les sugiere.

TALLER DE EXPRESIÓN ORAL

1ª Sesión:

Vocabulario en las tres lenguas: aire, huracán, molino, aspas,…

Inventar un cuento entre todos con el vocabulario elegido para ello y cuyo protagonista sea el viento.

Adivinanza

Vuela sin alas,

silba sin boca,

azota sin manos

y tú

ni lo ves ni lo tocas.

(El viento)

2º Sesión.

Poema:

Poesía: El barquito de papel

Con la mitad de un periódico

hice un barco de papel,

en la puerta de mi casa

le hice navegar muy bien.

Mi hermana, con su abanico,

sopla y sopla sobre él.

¡Buen viaje, buen viaje,

Barquito de papel!

(Popular)

Otros talleres que podemos realizar serán: taller de lectura, del movimiento, informática, animación a la lectura, encuadernación de los trabajos realizados, entre otros.

Conclusión:

La unidad didáctica que vamos a presentar pretende explicar de manera práctica y concreta la forma en que trabajaríamos con los alumnos de Educación Infantil "El viento". A lo largo de la unidad hemos procurado desarrollar las inteligencias múltiples propuestas por Howard Gardner. Mencionamos algunas de las actividades que ayudan a desarrollar las inteligencias.

Inteligencia lingüística: asamblea, diálogos, taller de expresión oral.

Inteligencia lógica-matemática: taller de experiencias, registro del viento,

Inteligencia musical: instrumentos de viento, audición,...

Inteligencia naturalista: salidas y el rincón de la naturaleza del patio donde tenemos la veleta y los molinillos.

Inteligencia corporal-cinestésica: en actividades psicomotrices.

Inteligencia intrapersonal: Autocontrol. Insistiremos en que los niños sean responsables con el medio natural, evitando ensuciarlo y contaminarlo, contribuyendo a una buena educación ambiental.

Inteligencia interpersonal: En la relación con los demás se fomentará el desarrollo de actitudes pacificas, de respeto por las producciones de los demás y de colaboración en las diferentes tareas.

Bibliografía

ESCAMILLA, A. (1993): *Unidades didácticas: Una propuesta de trabajo de aula*. Zaragoza, Edelvives.

GARCÍA GONZÁLEZ, F. (2001): *Cómo elaborar unidades didácticas en la Educación Infantil.* Barcelona, CISS PRAXIS.

GARDNER, H. (2000): *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas.* Barcelona: Paidós.

GARDNER (2001): *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el S. XXI.* Barcelona: Paidós.

GALLEGO ORTEGA J. L. y FERNÁNDEZ DE HARO, E. (2004): *Enciclopedia de Educación Infantil*. Málaga, Aljibe.

VVAA (2001): *El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI*. Barcelona, Editorial Grao,

TRUEBA MARCANO, B. (1989): *Talleres integrales en Educación Infantil*. Madrid, Ed. La Torre, 1989.

La mujer en la historia del trombón antes del siglo XX

Sistemas de Numeración

Título: Sistemas de Numeración. **Target**: Profesores de Matemáticas. **Asignatura**: Matemáticas. **Autor**: Emiliana Oliván Calzada, Licenciada en Matemáticas, Profesora de Matemáticas en Educación Secundaria.

INTRODUCCIÓN

Como el conjunto de n$^{\underline{os}}$ naturales es infinito, necesitamos infinitas palabras y símbolos para escribirlos, lo cual resulta imposible. Entonces surge la idea de buscar un conjunto "finito" de palabras, símbolos y reglas que nos permiten la utilización de n$^{\underline{os}}$ naturales con precisión y comodidad. Desde la antigüedad se han ideado diversas formas para representar los n$^{\underline{os}}$ utilizando objetos y combinaciones de distintos símbolos. Existen varios sistemas de numeración: jeroglífico egipcio, chino, romano, decimal, binario, octal, hexadecimal, sexagesimal,...

Definición: Un sistema de numeración es un conjunto de reglas y convenios que usamos para expresar los números empleando la menor cantidad posible de palabras y símbolos. Los símbolos se llaman cifras o dígitos del sistema y el cardinal de símbolos utilizados recibe el nombre de base del sistema.

Cada sistema de numeración se caracteriza por:

a) Los símbolos que utiliza
b) El valor que se le adjudica a dichos símbolos
c) El criterio de representación que utiliza.

En general, un sistema de numeración viene determinado por su base b. La base es el fundamento del sistema y por tanto determina las características del mismo.

El sistema de numeración más usado es el sistema de numeración en base 10 ó decimal inventado por los indios e introducido en Europa por los árabes. Es un sistema que utiliza el principio del valor relativo, esto es, una cifra representa valores distintos dependiendo de la posición que ocupa.

Tipos de sistemas de numeración.

1. Utilizando colecciones de objetos.
   a) Distintos tipos de muescas
   b) Objetos ensartados
   c) Objetos sueltos de valor definido por las características del objeto o por su posición.
2. Utilizando partes del cuerpo.
   a) Dedos de una mano (base 5)
   b) Dedos de las dos manos (base 10)
   c) Falanges de cuatro dedos (base 12)
   d) Diversas partes del cuerpo (base 60)
3. Sistemas de numeración escritos. (Tablillas sumerias, maya, babilónico, jeroglífico egipcio, romano, chino, hindú.

<u>Clasificación de los sistemas de numeración por los criterios de representación que utilizan</u>

1. Aditivos:
   - Se definen símbolos para la unidad, para la base y para potencias de la base.
   - El número representado se obtiene sumando los valores de los símbolos utilizados, en algunos casos sin importar la posición ni el orden utilizado.
2. Multiplicativos:
   - Se definen símbolos para la unidad, para la base, para los números comprendidos entre la unidad y la base y para las potencias de la base.
   - El número representado se obtiene multiplicando cada potencia de la base por el valor del símbolo que le precede y después se suman estos resultados con el número de unidades.
3. Posicionales de base b.
   - Utiliza b símbolos distintos (de 0 a $b-1$ si $b \leq 10$, del 0 al 9 y luego A, B, C… si $b > 10$).
   - Criterio de agrupamiento: de b en b, es decir, b unidades de un orden forman una unidad de orden superior).
   - Valor posicional de cada símbolo (el valor de cada símbolo depende de la posición que ocupa).
   - Emplea el 0 para indicar la ausencia de unidades de cualquier orden.
   - El número representado se obtiene multiplicando cada potencia de la base por el valor del símbolo que le precede y después se suman estos resultados.

     Ejemplos: Nuestro sistema decimal (utiliza diez símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), el sistema octal (utiliza ocho símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), el sistema binario (utiliza dos símbolos 0, 1), el sistema sexagesimal (utiliza sesenta símbolos del 0 al 59), el sistema hexadecimal (utiliza dieciséis símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8 , 9, A, B, C, D, E, F), …En el sistema hexadecimal A representa diez unidades, B once unidades y así hasta F que representa quince unidades.

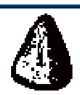
4. Mixtos: Mezclan características de distintos sistemas.

   Maya: base 5 aditivo, base 20 posicional.

   Babilónico: base 10 aditivo, hasta 60 aditivo (no posicional) y posicional para n^{os} mayores de 60.

<u>NUMERACIÓN SUMERIA Mesopotamia 3500 a.C.</u>

Símbolos:

	**1**		**10**		**60**
	**600** $(60 \cdot 10)$		**3 600** (60^2)		**36 000** $(60^2 \cdot 10)$

Es un sistema aditivo. No necesita el cero. La base principal es 60 y la base auxiliar es 10.

Ventajas: No dificulta el cálculo, no es necesario aprender muchos símbolos.

Inconvenientes: Los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura, no se amplía automáticamente, es necesario inventar nuevos signos

NUMERACIÓN EGIPCIA Egipto (3000 a.C)

Símbolos:

𓏺	1	𓎆	10	𓍢	100	𓆼	1 000
𓂭	10 000	𓆐	100 000		𓁨	1 000 000	

Es un sistema aditivo. No necesita el cero. La base es 10.

Ventajas: No dificulta el cálculo. No es necesario aprender muchos símbolos

Inconvenientes: Los números pueden ser muy largos, lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

NUMERACIÓN ASIRIA: Mesopotamia (1800 a.C.)

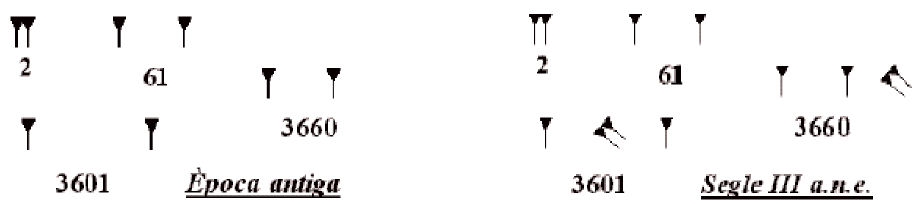
Símbolos:

𒁹	**1**	𒌋	**10**

Valores según la posición

- **1er rango....... 1**
- **2do rango....... 60**
- **3er rango....... $60^2 = 3\,600$**
- **4to rango........ $60^3 = 216\,000$**
- **etc.**

Es un sistema posicional. El valor del número que ocupa un lugar determinado se multiplica por el valor correspondiente a este lugar. Su base principal es 60, su base auxiliar es 10. Al principio no tenía cero. Esto podía provocar confusiones y no diferenciar 2 de 61, de 3 660, de 3 601 o de 216 001. En épocas tardías se le agregó un símbolo como cero para indicar que en un determinado lugar no había cifras.

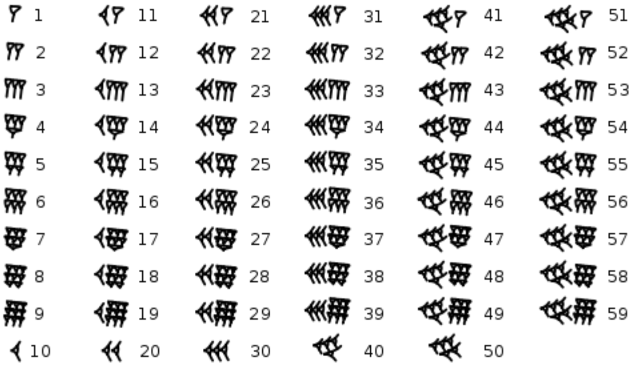


Ventajas: No dificulta el cálculo. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Inconvenientes: Dado que solamente hay dos símbolos (1 y 10) los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura. Sin cero se podían cometer errores de lectura.

SISTEMA SEXAGESIMAL

Símbolos:



Es un sistema posicional. Tiene su origen en la cultura Sumeria (baja Mesopotamia). Tenemos que remontarnos a una forma de enumerar en la cual se empleaban los dedos de las manos. Se contaba mediante un señalamiento con el dedo pulgar de la mano derecha cada una de las falanges de los dedos que restaban de esa mano, así se podía contar hasta doce. Para cifras superiores se levantaba un dedo de la mano izquierda, así se llegaba hasta sesenta. Así 60 fue considerado número que representaba la redondez. Entre otras las conjeturas de la utilización del número 60 está la de orden aritmética por la gran cantidad de divisores (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60), lo que facilita el cálculo con fracciones, (60 es el mínimo común múltiplo de los seis primeros n^{os} naturales); o la de orden geométrico-astronómico, debido a la facilidad de dividir la circunferencia en 6 partes iguales que combinada con el sistema decimal, da lugar a la admisión aproximada del año en 360 días.

Se utiliza fundamentalmente en la medición de ángulos: Una circunferencia tiene 360 grados (360^{o}), un grado tiene 60 minutos $(1^{o}=60')$ y un minuto tiene 60 segundos $(1'=60'')$ y del tiempo: hay 24 horas en un día, 60 minutos en una hora y 60 segundos en un minuto. Las unidades menores que un segundo se miden con el sistema decimal ($1\,hora = 60\min;\ 1\min\ = 60\,seg$).

El origen de la palabra grado viene de la utilización de la palabra mêra que significa división que Ptolomeo utiliza en el Almagesto. Esta palabra es traducida al árabe darágah y a su vez traducida al latín por scala, gradus (grada) que dio lugar a la palabra grado. Ptolomeo, a las subdivisiones del grado les llama primera parte sesentava $1/60$ y segunda parte sesentava $1/60^{2}$, que llegan al latín como prima minuta y secunda minuta, de ahí las palabras minuto y segundo.

El origen del grado sexagesimal se remonta a los babilonios que dividían la circunferencia en 360 partes iguales, esta división llegó a la Europa central por medio de los árabes, que la tomaron de los griegos. La notación de usar el círculo a modo de exponente para designar los grados sexagesimales se remonta a Ptolomeo.

NUMERACIÓN ROMANA (500 a.C). Todo el antiguo Imperio Romano

Símbolos:

Romano	Decimal	Nombrado
I	1	Unus
V	5	Quinque
X	10	Decem
L	50	Quinquaginta
C	100	Centum.
D	500	Quingenti.
M	1000	Mille

Como sistema de numeración el conjunto de reglas utilizando los símbolos anteriores viene dado por:

- Como regla general, los símbolos se escriben y leen de izquierda a derecha. A la izquierda se ponen los de mayor valor y a la derecha los de menor valor. El valor de un número se obtiene sumando los valores de los símbolos que lo componen Ej: $XXIII = 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 23$, salvo con la siguiente excepción: Si un símbolo asociado con el I (I, X, C, M) está a la izquierda inmediata de otro de mayor valor, se resta al valor del segundo el valor del primero. Ej. IV = 4, IX = 9.
- Los símbolos asociados con el 5 (V, L, D) siempre suman y no pueden estar a la izquierda de uno de mayor valor.
- Se permiten a lo sumo tres repeticiones consecutivas del mismo símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M).
- No se permite la repetición de una misma letra asociada con el 5 (V, L, D) su duplicado es una letra de tipo 10.
- Si un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) aparece restando, sólo puede aparecer a su derecha un sólo símbolo de mayor valor.
- Si un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) que aparece restando se repite, sólo se permite que su repetición esté colocada a su derecha y que no sea adyacente al símbolo que resta.
- Sólo se admite la resta de un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) sobre el inmediato mayor asociado con el 1 (I, X, C, M) o asociado con el 5 (V, L, D). Ejemplos:
  - el símbolo I sólo puede restar a V y a X.
  - el símbolo X sólo resta a L y a C.
  - el símbolo C sólo resta a D y a M.

  Es decir son válidas las expresiones $IV = 4,\ IX = 9,\ XL = 40,\ XC = 90,\ CD = 400,\ CM = 900$ y sus combinaciones. 99 no se escribe IC sino $XCIX$

- Se permite que dos símbolos distintos aparezcan restando si no son adyacentes.
- Con los símbolos citados se pueden escribir los números del 1 al 3999. Para escribir números mayores se coloca una raya encima de una o más letras y se multiplica por mil su valor. $\left(\overline{V} = 5000\right)$

Ejemplos:

$2006 \rightarrow MMVI$ $\quad$ $3462 \rightarrow MMMCDLXII$

$4788 \rightarrow \overline{IV}DCCLXVIII$ $\quad$ $30049 \rightarrow \overline{XXX}XLIX$ $\quad$ $14742 \rightarrow \overline{XIV}DCCXLII$

$1565 \rightarrow MDLXV$ $\quad$ $94 \rightarrow CXCIV$ $\quad$ $583 \rightarrow DLXXXIII$

No siempre se respetan estas reglas. En algunas inscripciones, o en relojes, aparece IIII en lugar de IV para indicar el valor 4.

Características: Es un sistema aditivo, sustractivo y multiplicativo. No necesita el cero. La base principal es la 10 y la auxiliar 5.

Ventajas: No es necesario aprenderse muchos símbolos.

Inconvenientes: Imposibilita el cálculo (es necesario utilizar ábacos). Los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos. Tiene demasiadas reglas para escribir los números.

Los romanos no hicieron muchas aportaciones a las matemáticas y la única que ha perdurado es su complicado sistema de numeración que nos encontramos en los relojes, para numerar siglos, reyes o capítulos de libros. Para hacer las operaciones matemáticas básicas (suma, resta...) usaban ábacos con piedritas. "Piedra" en latín se decía *calculi,* de aquí el significado de la palabra *calcular*: "mover piedras"

NUMERACIÓN GRIEGA ÁTICA (500 a.C). Grecia, costa Oeste de Turquía.

Símbolos:

I	1	Γ	5	Δ	10	𐅄	50	H	100	𐅅	500
X	1 000	𐅆	5 000	M	10 000	𐅇	50 000				

Es un sistema aditivo. No necesita cero. La base principal es 10 y la auxiliar 5.

Ventajas: No dificulta especialmente el cálculo (excepto por la base auxiliar). No es necesario aprender muchos símbolos.

Inconvenientes: Los números pueden quedar muy largos, lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

<u>NUMERACIÓN GRIEGA ALFABÉTICA (350 a.C.)</u> Península griega, coste oeste de Turquía y Alejandría (en el delta del Nilo).

Símbolos:

Α	1	Ι	10	Ρ	100
Β	2	Κ	20	Σ	200
Γ	3	Λ	30	Τ	300
Δ	4	Μ	40	Υ	400
Ε	5	Ν	50	Φ	500
Ϛ	6	Ξ	60	Χ	600
Ζ	7	Ο	70	Ψ	700
Η	8	Π	80	Ω	800
Θ	9	ϛ	90	ϡ	900
Si se pone un apóstrofe delante de un símbolo, multiplica por 1 000 su valor:					
'Β = 2 · 1 000 = 2 000			'Λ = 30 · 1 000 = 30 000		

Es un sistema básicamente aditivo. No necesita cero. Su base es 10.

Ventajas: Los números no quedan muy largos al escribirlos.

Inconvenientes: Imposibilita el cálculo. Se tiene que usar ábacos. Es necesario aprender muchos símbolos de memoria. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

<u>NUMERACIÓN CHINA CLÁSICA (CHINA 1350 a.C)</u>

Símbolos:

一	二	三	四	五
1	2	3	4	5
六	七	八	九	十
6	7	8	9	10
百	千	万	亿	
100	1 000	10 000	100 000	

Es un sistema aditivo y multiplicativo. No necesita cero. Su base es 10.

Ventajas: Puede complicar un poco el cálculo pero ya se podía empezar a calcular como lo hacemos. Sin embargo utilizaban ábacos y, de hecho, todavía los usan actualmente. No es necesario aprender muchos símbolos

Inconvenientes: Los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

NUMERACIÓN CHINA DE BARRAS o ERUDITA (200 a.C.)

Símbolos:

Cifra	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lugar impar	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
Lugar par	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

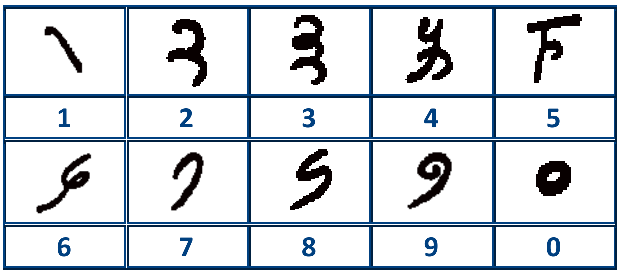
Es un sistema posicional. No tiene cero. Su base es 10.

Ventajas: Facilita el cálculo (de hecho era su uso principal). Los números no quedan largos. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar signos nuevos

Inconvenientes: Doble símbolo para cada cifra Al no tener cero puede haber confusiones. A pesar de que cada cifra se escriba de una forma según ocupe un lugar par (decenas, unidades de millar...) o impar (unidades, centenas...) puede haber confusión en números con una cantidad par de ceros seguidos, como 3 001 o 1 400 002, o ceros al final. Normalmente para evitarlo se trabajaba sobre tableros con casillas.

NUMERACIÓN INDIA (450 d. C.)

Símbolos:



Es un sistema posicional. Su base es 10. Como cero utiliza el símbolo: 

Ventajas: Facilita el cálculo escrito. No es necesario aprender muchos símbolos. Los números son cortos. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Los indios inventaron el cero tal como lo entendemos ahora (además de indicar un lugar vacío se puede hacer operaciones con el). Lo llamaron *sunya* que quiere decir "vacío".

NUMERACIÓN MAYA: México (600 d.C.)

Símbolos:

●	1	—	5		0

Valores según la posición

- 1^{er} rango....... 1
- 2^{do} rango....... 20
- 3^{er} rango....... $20^2 = 400$
- 4^{to} rango........ $20^3 = 8\,000$
- etc.

Es un sistema posicional. Su base principal es 20 y su base auxiliar es 5. Como cero utiliza este símbolo 

Fue uno de los primeros en utilizar a mismo tiempo el principio posicional y el cero. En este sistema kin (sol) representa un día, 20 kines forman un huinal. Como 20 huinales representan 400 días (mucho mayor que la duración de un año) fue utilizado para cálculos astronómicos, llamaron tun a 18 huinales que son 360 días.

Ventajas: No dificulta el cálculo. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Inconvenientes: Dado que solamente hay dos símbolos (1 y 10) los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura.

NUMERACIÓN ÁRABE (775 d.C.) Países Árabes: Norte de África, Arabia, Oriente Medio.

Símbolos:

١	٢	٣	٤	٥
1	2	3	4	5
٦	٧	٨	٩	٠
6	7	8	9	0

Es un sistema posicional. Su base es 10. Como cero utiliza el símbolo: ٠

Ventajas: Facilita mucho el cálculo escrito. No es necesario aprender muchos símbolos. Los números son cortos. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Los árabes llamaron al cero *sifr*, que significa "vacío". En el libro "Liber abaci" que introdujo la numeración indo arábiga en Europa el matemático Leonardo da Pisa (también conocido como Fibonacci) lo tradujo como *zephirum* que también significaba "viento". De este sifr árabe han derivado dos palabras importantes para las matemáticas: "cero" y "cifra"

<u>Teorema fundamental de la numeración</u>

<u>Teorema</u>: En una base $b>1$, todo número natural m se expresa de forma única mediante la expresión $m=a_0+a_1b+a_2b^2+\ldots+a_nb^n$ donde los coeficientes $a_0,a_1,a_2,\ldots a_n$ son números naturales menores que b. Al número a_i se le denomina unidad de orden $i+1$.

<u>Demostración</u>:

Si $m<b \rightarrow m=a_0$ y ya está.

Si $m\geq b \rightarrow$ Dividimos m por b, si el cociente es mayor que b volvemos a dividir y reiteramos hasta obtener un cociente menor que b.

$$
\begin{array}{llllll}
m & \underline{|\,b\quad} & & & & \\
a_0 & q_1 & \underline{|\,b\quad} & & & \\
 & a_1 & q_2 & \underline{|\,b\quad} & & \\
 & & a_2 & q_3\ldots q_{n-1} & \underline{|\,b\quad} & \\
 & & & a_{n-1} & q_n=a_n &
\end{array}
$$

Se prueba que $a_0,a_1,a_2,\ldots a_n$ son únicos. Sustituyendo estos valores en m se obtiene la expresión buscada $m=q_1b+a_0=\ldots=a_0+a_1b+a_2b^2+\ldots+a_nb^n$. Notación: $m=\sum_{i=0}^{n}a_ib^i\equiv a_na_{n-1}\ldots a_2a_1a_0{}_{(b}$

Escrito así el número m, cada cifra representa un conjunto de unidades del orden indicado por el lugar que ocupa, contando desde la derecha hacia la izquierda.

Ejemplo: $12101_{(3}=1+0\cdot 3+1\cdot 3^2+2\cdot 3^3+1\cdot 3^4=145_{(10}$

<u>Propiedades de la numeración</u>

1. Los números $b,b^2,b^3,\ldots$ se representan en el sistema de base b por 10, 100, 1000, …

2. Si $m = a_n a_{n-1} \Lambda\ a_2 a_1 a_0\,_{(b}$ entonces $m \cdot b^p = a_n a_{n-1} \Lambda\ a_2 a_1 a_0\ \overbrace{0 \Lambda\ 0}^{p\ ceros}$
3. Si el número $m_{(b}$ tiene r cifras entonces $b^{r-1} \leq m < b^r$ y recíprocamente.
4. Si el número $m_{(b}$ tiene r cifras y $m'_{(b}$ tiene r' cifras y $r' < r$ entonces $m' < m$
5. Si $m_{(b}$ y $m'_{(b}$ tienen el mismo número de cifras entonces $m' < m$ si la primera cifra empezando por la izquierda de m' que sea distinta de su correspondiente (la que ocupa el mismo lugar) en m es menor que ésta.

<u>Cambio de un sistema de numeración a otro</u>

<u>Caso primero:</u> Escribir en el sistema decimal un número dado en el sistema de base b.

Sea el número $m_{(b}$. Entonces $m = a_n a_{n-1} \Lambda\ a_2 a_1 a_0\,_{(b}$. Para pasarlo al sistema de numeración decimal basta usar su expresión polinómica $a_0 + a_1 b + a_2 b^2 + \Lambda\ + a_n b^n$ y efectuar todas estas expresiones en el sistema decimal.

Ejemplo: Pasar al sistema decimal el número $4310\,_{(5}$.

$$4310_{(5} = 0 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 125 = 5 + 75 + 500 = 580_{(10}$$

<u>Caso segundo</u>: Para pasar al sistema de base b un número dado en el sistema decimal sólo hay que usar el teorema fundamental de la numeración (algoritmo utilizado en la demostración)

Ejemplo: Expresar en base 7 el número que en base decimal es 853.

$$\begin{array}{llllll}
853 & \underline{|\,7\ \ } & & & & \\
6 & 121 & \underline{|\,7\ \ } & & & \\
 & 2 & 17 & \underline{|\,7\ \ } & & \\
 & & 3 & 2 & &
\end{array}$$

Luego $853_{(10} = 2326_{(7}$

<u>Caso tercero</u>: Para expresar en el sistema de numeración de base b' un número escrito en el sistema de base b se efectúa primero el paso de éste al sistema decimal y luego se pasa el de base decimal al de base b'.

Operaciones entre números de cualquier base: adición, sustracción, multiplicación y división

Análogamente a las operaciones en base 10 podemos operar en cualquier base teniendo en cuenta que pasamos a una unidad de orden superior cuando rebasamos el número de la base correspondiente. Vamos a poner algunos ejemplos:

Suma:

$$\begin{array}{r} 221 \rightarrow llevadas \\ 3542_{(6} \\ 4253_{(6} \\ \underline{3545_{(6}} \\ 20224_{(6} \end{array}$$

$$2+3+5=4+6=4+6^0+1\cdot 6=14_{(6} \rightarrow 4 \ y \ llevo \ 1$$

$$1+4+5+4=14=2+12=2\cdot 6^0+2\cdot 6=22_{(6} \rightarrow 2 \ y \ llevo \ 2$$

$$2+5+2+5=14=2+12=2\cdot 6^0+2\cdot 6=22_{(6} \rightarrow 2 \ y \ llevo \ 2$$

$$2+3+4+3=12=0+12=0\cdot 6^0+2\cdot 6=20_{(6} \rightarrow 0 \ y \ llevo \ 2$$

Resta:

$$\begin{array}{r} 3210_{(4} \\ \underline{2301_{(4}} \\ 0303_{(4} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3210 \rightarrow 3 \ \overset{2+4=6}{2} \ 1 \ \overset{0+4=4}{4} \\ \underline{2301} \rightarrow \underline{2 \ 3 \ 1 \ 1} \\ \qquad\quad\ \ 0 \ 3 \ 0 \ 3_{(4} \end{array}$$

Multiplicación:

$$\begin{array}{r} 1213_{(4} \\ \underline{x\ 32_{(4}} \\ 3032 \\ \underline{10311\ } \\ 112202_{(4} \end{array}$$

División:

$$\begin{array}{l|l} \overline{4024}130_{(5} & 2034_{(5} \\ \cline{2-2} 14401 & 1423_{(5} \\ 011003 & \\ \quad 13300 & \\ \quad\ \ \underline{2033_{(5}} & \end{array}$$

Operaciones para hacer la división:

$$\begin{array}{r} 2034_{(5} \\ \underline{x\ 4} \\ 13301_{(5} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14401_{(5} \\ - \qquad \\ \underline{13301_{(5}} \\ 01100_{(5} \end{array}$$

Nota: Se pueden hacer operaciones en cualquier base pasando los datos a base decimal, operar en base decimal y luego pasar los resultados a la base inicial.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Los alumnos han practicado desde primaria las reglas del sistema de numeración romano.

En cuanto a los sistemas de numeración que utilizan el principio del valor relativo, el alumno está familiarizado con el decimal.

Los alumnos aprenderán a operar en cualquier base, salvo quizás dividir en una base no decimal porque resulta complicado, en este caso, se les permite que pasen los datos a base 10, que hagan la operación en base 10 y pasen de nuevo a la base original. Es interesante que los alumnos realicen las actividades encontradas en http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/imagina/catala/activ.htm

para tener contacto con los diferentes sistemas de numeración utilizados a lo largo de la historia. También podemos aconsejarles la lectura del libro “Breve viaje al mundo de la matemática” de Domèmec Gavaldà que trata la ortografía de los números. ●

Bibliografía

Fomin, S.V: Sistemas de numeración. Editorial Mir.

http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/imagina/catala/activ.htm

Reparación de piezas del vehículo con ventosas adhesivas I

Título: Reparación de piezas del vehículo con ventosas adhesivas I. **Target**: Ciclo Formativo de Grado Medio de Carrocería. **Asignatura**: Elementos metálicos y sintéticos. **Autor**: Juan Pedro Gassó Bas, Técnico especialista en Mecánica y Electricidad del Automóvil, Profesor de Ciclos Formativos de Mantenimiento de vehículos.

Hoy en día cuando alguna pieza del vehículo recibe un impacto de forma voluntaria o involuntaria, existe la posibilidad de que dicho impacto se repare sin necesidad de tener que pintar dicha pieza dañada. Este proceso se podrá realizar siempre y cuando el daño cumpla unas condiciones y unas características concretas, ya que no todos los daños se podrán reparar debidos a las características de cada daño.

Como norma general los daños que se suelen reparar, suelen ser de pequeñas dimensiones (foto), aunque en algunas ocasiones también se podrán reparar daños de mayores dimensiones.

Los daños de pequeñas dimensiones pueden ser producidos de diferentes maneras, aunque una de las que más conocidas son las producidas por el granizo. El tamaño de estas abolladuras será siempre variable y dependerá principalmente de la zona donde impacte la piedra y de la dimensión de las mismas.

Cuando el vehículo se ve afectado por este tipo de daños, no quiere decir que todos los vehículos afectados se puedan reparar, ya que dependiendo del número de piezas que se ven afectadas y de la cantidad de bollos que tengan las piezas, será más recomendable reparar con este tipo de método, o será más recomendable reparar y pintar.

La utilización de este tipo de métodos presenta varias ventajas que serán las siguientes: - Mantenimiento de la pintura original del vehículo (siempre que no se haya repintado la pieza previamente).

- Ahorro de tiempo en los procesos de reparación, y a su vez, menor tiempo que está el cliente sin el vehículo.
- Ahorro de dinero por parte del cliente, ya que no se tiene que pintar la pieza dañada.

Los golpes no siempre se podrán reparar, aunque estos presenten dimensiones que den lugar a pensar que si, por esto será necesario saber cuándo se podrán reparar. Se podrán reparar:

1.- Cuando el daño se encuentre en una **zona sin refuerzos interiores**.

2.- Cuando el daño **no afecte a una pieza estructural**.

3.- Cuando la **magnitud del daño** sea **leve o medio** (hoja DIN A4)

4.- Cuando **la pintura** de la pieza dañada **no se haya desconchado**.

5.- Cuando la pieza **no ha sufrido estiramiento del material**.

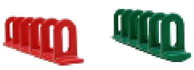
6.- Cuando la pieza **no esté repintada**.

Una vez se sabe si se podrán reparar los daños del vehículo, será necesario conocer el equipo que se utilizará para repararlos y será el siguiente:

- Primero conoceremos el equipo que se anclará al daño:

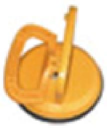
Ventosas adhesivas (rojas) de diferentes diámetros y formas.

Ventosas adhesivas de diferentes colores y formas.



Garras adhesivas de diferentes colores y formas.

Ventosas con martillo de inercia.



Ventosas manuales.

El equipo visto hasta ahora será el equipo que se anclará al daño para que este se extraiga y se repare, pero serán necesarios unos útiles para la extracción de los daños y serán los siguientes:

Martillo de inercia para ventosas adhesivas.

Ventosas con martillo de inercia.

Ventosas manuales.

Leva de tiro para garras adhesivas.

Pull – system grande.

Pull – system pequeña.

El equipo visto hasta ahora será el equipo que se anclará al daño para que este se extraiga y los útiles para la extracción de los daños, que dependiendo del tipo de daño y la zona donde se encuentre se tendrán que utilizar un equipo u otro. A parte de todo este material, será necesario utilizar otro tipo de material adicional y será el siguiente:

Pistola de termo fusión.

Barras de cola termo fusible.

Puntero de nylon.

Espátulas de plástico.

Limpiador con base de alcohol.

En este artículo se ha nombrado y explicado el equipo necesario para realizar la reparación de piezas del vehículo sin tener que pintar la zona dañada. Pero como ya se ha comentado, dependiendo del tipo de daño se tendrá que utilizar un equipo u otro, que dependerá principalmente de las características del mismo, y el proceso de reparación que se tendrá que realizar independientemente del tipo de daño se explicará en el siguiente artículo “Reparación de piezas del vehículo con ventosas adhesivas II”. ●

Bibliografía

Enrique Sánchez Fernández (2006). Elementos metálicos y sintéticos. Editorial Editex.

Francisco Javier Alfonso Peña (1998). Manual de carrocería de automóviles. Reparación. Editorial Cesvimap.

Resolución de conflictos en un centro de Educación Secundaria

Título: Resolución de conflictos en un centro de Educación Secundaria. **Target**: Profesores de E.S.O.. **Asignatura**: Todas. **Autor**: José María Hernández Roselló, Licenciado en Matemáticas, Profesor de Matemáticas en Educación Secundaria.

El aumento de la conflictividad en las aulas es un hecho evidente que, muchas veces, el docente no sabe como afrontar de una manera eficaz. Voy a dar una serie de ideas que pueden funcionar o no dependiendo de muchos factores. Está claro que cada alumno es diferente, como lo son sus entornos familiares y sociales. Es por ello que algunas actuaciones funcionarán con algunos alumnos y otras con otros. Se trata, por tanto, de ir probando e ir tocando las teclas que tenemos a nuestro alcance para mejorar el comportamiento y el rendimiento del alumno en particular y del grupo en general.

La primera medida a tener en cuenta cuando el comportamiento de un alumno no es el adecuado es la amonestación verbal, es decir, llamarle la atención. Es muy importante cumplir las advertencias, si no es así, el profesor pierde rápidamente la autoridad. Si el alumno continua con su mal comportamiento se le puede poner un negativo, que el profesor anotará en su cuaderno de seguimiento diario de las clases. Los negativos han de tener una consecuencia y los alumnos la han de conocer, por lo que se ha de explicar el primer día del curso. Un ejemplo puede ser que cada negativo reste 0,1 de la nota de la evaluación o, para hacerlo más inmediato, que reste 0,1 de la nota del siguiente exámen. Asimismo, el primer día del curso se les explicará a los alumnos los criterios de evaluación que marca la L.O.E., aclarando que la actitud es un 10% de la nota pero que si no se obtiene un mínimo determinado en la actitud, no se hace la media con la nota de los conceptos y los procedimientos. Por otra parte, la acumulación de negativos ha de comportar mayores sanciones.

Si un alumno distorsiona el ritmo de la clase porque pasa la mayor parte del tiempo hablando con alguien que tiene al lado o cerca, el profesor puede cambiarlo de sitio temporal o permanentemente.

En ocasiones, cuando un alumno está hablando o simplemente distraido, basta con acercarnos a él mientras continuamos con la explicación de la clase. Nuestra presencia cercana a él junto a una mirada para que entienda que nos estamos dando cuenta de la situación puede ser suficiente para que vuelva a prestar atención.

Otra herramienta con la que cuenta el docente es poder castigar a realizar una copia al alumno. Aunque pueda parecer algo anticuado o más indicado para niños de Primaria, es bastante efectivo, sobretodo en los primeros cursos de la E.S.O. La copia la puede realizar durante la clase, en la hora del patio o fuera del horario lectivo del alumno. En algunos centros funciona este sistema en el que los alumnos castigados se quedan una hora extra realizando una copia, sin que ello perjudique el horario de los profesores.

La hora del patio es uno de los momentos más esperados por los alumnos, por tanto, no les suele hacer mucha gracia el tener que quedarse castigados durante este tiempo de recreo mientras sus amigos están jugando o simplemente descansando. Si se organizan bien las guardias de patio del profesorado, no tiene porqué quedarse “castigado” sin patio el profesor con el alumno sino que se hace cargo uno que tenga guardia en ese momento. Durante este período de castigo el alumno puede realizar una copia o, por ejemplo, las tareas que debía haber hecho en casa y no ha hecho. Es importante comentar que si estas medidas se ponen en práctica desde los primeros días del curso, los efectos seán inmediatos en la mayoría de los casos.

La comunicación con las familias de los alumnos ha de ser fluida. Suele ser efectivo el hecho de llamar por teléfono el mismo día que el alumno ha cometido alguna falta, además los padres lo suelen agradecer porque valoran la implicación del profesor. Si persiste el mal comportamiento del alumno o su falta de trabajo, se debe concertar una entrevista cara a cara con los padres del alumno para informarles de la situación y buscar soluciones conjuntamente. Si el alumno ve que sus padres y el profesor van en la misma dirección, seguramente mejorará su rendimiento.

Es conveniente que haya una buena comunicación entre el profesor y el tutor del grupo (en ambos sentidos). El tutor siempre dispone de ciertas informaciones que el resto del equipo docente desconoce y el tutor debe ser informado de las acciones disciplinarias aplicadas a los alumnos de su tutoría. El tutor puede informar al profesor de si el alumno da problemas sólo en esa asignatura o es un hecho generalizado y hay que buscar soluciones entre todo el equipo decente.

Si el alumno realiza unos hechos lo suficientemente graves que no permiten el desarrollo de la clase con normalidad, se incorporará al aula de convivencia, previa entrevista con el/la Jefe de Estudios del centro, máximo responsable de la disciplina del mismo.

Un paso previo a la entrevista con la família (telefónica o presencial) puede ser hacer uso de la agenda personal del alumno para informar a los padres de que, por ejemplo, su hijo no ha realizado los deberes. La nota la ha de traer firmada por sus padres el día posterior de clase, si no es así, se haría uso de la llamada telefónica.

Cuando la gravedad del asunto lo requiere, el profesor le pone un parte de incidencias por escrito al alumno. No se debe abusar de los partes de incidencias porque en ese caso pierden su efectividad. Normalmente, cuando un alumno acumula tres partes de incidencias (según su gravedad) se avisa a sus padres que al siguiente se le puede expulsar del instituto. Si después de la advertencia el alumno reincide se le puede abrir un expediente disciplinario que puede conllevar una expulsión del centro escolar de hasta un mes.

Cada vez son más frecuentes en los centros de Secundaria los programas de Mediación. Estos consisten en que un grupo de personas voluntarias, formadas por alumnos y profesores, se dedican a hablar e intentar ayudar para solucionar problemas entre alumnos o entre alumnos y profesores.

Frecuentemente, cuando un alumno presenta problemas de conducta y el profesor se pone en contacto con el tutor y con la familia se da cuenta que el alumno tiene problemas familiares (sus padres están en proceso de separación, pertenece a una familia desestructurada, etc.). Esto puede explicar el comportamiento del alumno como una llamada de atención o falta de afecto, aunque se le ha de explicar que en ningún caso lo puede justificar. En estos casos suele ser conveniente concertar una o más entrevistas con el psicopedagogo del centro para poder ayudar mejor al alumno y dar alguna directriz a sus padres porque muchas veces necesitan orientación.

En el caso de que los padres estén separados o divorciados es importante saber quien tiene la custodia legal del alumno para evitar posibles conflictos y, si es el caso, informar tanto al padre como a la madre del comportamiento de su hijo.

Entrevistando a los padres o mediante charlas con el psicopedagogo, es crucial averiguar si el alumno sufre algún tipo de enfermedad. Cada vez es más habitual encontrarnos con alumnos en nuestras aulas que sufren ansiedad, son hiperactivos, que toman algún tipo de medicación, etc.

En ocasiones es más efectivo buscar soluciones dialogadas que buscar el castigo inmediato. Se pueden alcanzar pequeños pactos con el alumno que ha de cumplir. Se puede redactar lo que se denomina un “contrato de buen comportamiento”. El alumno lo firma y se compromete a cumplirlo.

El trabajo conjunto del equipo docente es fundamental, no sólo en las sesiones de evaluación y en la pre-evaluación. Si el comportamiento de un grupo no es el adecuado se pueden convocar reuniones del equipo docente para buscar soluciones y tomar decisiones conjuntas. Los alumnos se percatan de cuando no hay coordinación y se aprovechan de ello.

Averiguar cual es el nivel de conocimientos del alumno es determinante para poder adaptarnos a él. Si al alumno se le ha de hacer una adaptación curricular (significativa o no) seguramente se motivará más al comprobar que es capaz de hacer algo y puede progresar con material adaptado. Un alumno totalmente descolgado se aburrirá y creará conflictos. Muchas veces nos encontramos con alumnos, sobretodo en primero de la E.S.O., con un nivel muy bajo y sorprendentemente con la Primaria aprobada. En ese caso, el Departamento de Orientación le pasaría unas pruebas de nivel para determinar cual es la situación real del alumno.

Si el alumno ya ha cumplido los 16 años y demuestra que no tienen interés por los estudios, se debe hablar con él y con su familia y explicarles que con esa edad ya no es obligatorio estar escolarizado. Si ya no tiene motivación para estudiar en la E.S.O. se le puede orientar a que se prepare para presentarse a la prueba de acceso a un Ciclo Formativo de Grado Medio, matricularse en un Programa de Cualificación Profesional Inicial o plantearle la posibilidad de empezar a buscar trabajo.

Si el alumno no trae material (libro de texto, libreta, etc.) no siempre se debe a falta de interés. Si el motivo es por dificultades económicas de la familia hay que informarles de como solicitar las becas de libros, comedor o transporte, se le puede fotocopiar material sin derechos de autor, prestar libros del instituto, etc.

Cuando un profesor falta por algún motivo, muchas veces el profesor de guardia que va a sustituirlo no conoce el grupo. Para evitar la conflictividad durante estas horas y para que los alumnos no pierdan esa clase, es conveniente que el profesor que falta deje por escrito unas tareas que han de realizar durante su ausencia. Si los Alumnos están ocupados resolviendo ejercicios su comportamiento mejorará.

Ninguna de estas medidas es una fórmula magistral porque estamos tratando con personas, no con máquinas, pero son ideas y sugerencias que pueden ser aprovechadas para mejorar el clima en las aulas y el comportamiento de los alumnos. ●

Bibliografía

Cómo dar clase a los que no quieren. Juan Vaello Orts. Santillana, 2007. ISBN 9788429455137.

Autoridad y disciplina en la escuela. Editorial Trillas, 2005. ISBN 9788466541411.

Alumnado con dificultades de regulación de comportamiento Vol. I “Infantil y Primaria”. Carme Saumell. Editorial Graó, 2011. ISBN 9788499800752.

Una experiencia didáctica de utilización de códigos QR en el aula

Título: Una experiencia didáctica de utilización de códigos QR en el aula. **Target**: ESO y Bachillerato. **Asignatura**: Informática. **Autor**: Pablo Antonio Gargallo Jaquotot, Ingeniero Informático, Profesor de Informática en Educación Secundaria.

Resumen

En este artículo se realiza una descripción de una experiencia didáctica para estudiantes de ESO y Bachillerato en la que se utilizan QR. La experiencia queda justificada por la necesidad de generar una práctica novedosa de utilización de este tipo de códigos diferente a la que suelen estar acostumbrados los alumnos. En la descripción se han incluido los elementos necesarios, así como los pasos de su aplicación con el fin de que sirva como punto de partida para aquellos profesores que deseen emprender la creación de experiencias de este tipo en los institutos donde trabajen.

Palabras clave

Código QR, didáctica, eso, bachillerato, experiencia.

1. INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos están cambiando, poco a poco, las costumbres y la forma de relacionarnos con otras personas de nuestro entorno. Gran parte de este cambio es debido a la evolución de los teléfonos móviles así como la introducción en nuestra vida diaria.

Los orígenes de la telefonía móvil los encontramos en los años 80, más concretamente en 1983. En ese año Motorola creaba el primer teléfono móvil, cuyo peso era cercano a los 800 gramos y cuya duración de la batería rozaba la media hora por cada recarga, al que bautizaba con el nombre de DynaTAC 8000X. El teléfono se enmarcó dentro de la primera generación de móviles, los cuales permitían conexiones de voz de forma analógica, no tenían ningún sistema de seguridad y generaban, a menudo, conflictos en las comunicaciones.

La segunda generación comienza allá por el año 1990 y se caracteriza por el paso de la comunicación analógica a la digital, así como por la utilización de algoritmos de compresión y seguridad más sofisticados. A todo esto hay que añadir el incremento de la cantidad de usuarios simultáneos en los sistemas, la reducción del tamaño, coste y consumo de potencia de los terminales.

El elemento fundamental para poder comprender el auge de las comunicaciones móviles en este punto fueron los servicios que ofrecían al usuario múltiples posibilidades añadidas al mero hecho de mantener una conversación. De esta forma, en la segunda generación se introdujeron nuevos servicios como el de identificador de llamadas, envío de mensajes cortos (SMS), mensajes de voz y conferencia tripartita.

Tal y como comenta Tecuanhuehue (2006), “la primera y segunda generación de sistemas de comunicación móvil tuvieron como objetivo primordial el de dar soporte a comunicaciones de voz y aunque pueden ser usadas para transmitir datos a baja velocidad, no satisfacen los requerimientos de transmisión de grandes volúmenes de información a altas velocidades (…) necesarios para aplicaciones como videoconferencia, conexión a internet, video y audio”. Es decir, en esta generación la velocidad de transferencia de datos era de 9,6 kbps, cantidad razonable para comunicaciones por voz pero muy pobre para la transferencia de datos.

Entre la segunda y la tercera generación existe una intermedia llamada segunda generación y media (2.5G), que ofreció servicios de navegación por Internet de forma muy limitada mediante texto sin formato. En esta generación se introdujeron mejoras tecnológicas que permitieron utilizar las redes de segunda generación como si fueran de tercera generación, llegando a los 384 kbps.

La tercera generación surge en el año 2001 y trae multitud de novedades, frente a las tres anteriores, tales como el aumento del ancho de banda (crece desde los 400 Kbps aproximadamente hasta los 160 Mbps), el aumento de la seguridad con mecanismos sofisticados y la mejora de la cobertura a nivel mundial, es decir, sin cortes. Este hecho coincide con la aparición de los primeros teléfonos con pantallas LCD a color que abrieron la puerta a un gran número de servicios como la videoconferencia, el correo electrónico, la navegación por páginas web, la mensajería instantánea, la compartición de vídeos, fotos y sonidos, etc.

Todo ello vuelve a incidir en la importancia de los servicios y las aplicaciones de los móviles, los cuales aumentan día a día con cada tecnología nueva que surge. Entre las aplicaciones de que disponen los teléfonos móviles se encuentran: la transmisión de datos (WAP, Bluetooth), la sincronización de éstos, el servicio GPS (Servicio de Posicionamiento Global), los juegos 3D y en red, la música, la televisión digital móvil y la videoconferencia (Basterreche, 2007:19).

Una de las aplicaciones más difundidas en los últimos tiempos es la de la utilización de los códigos QR. Debido a su auge y éxito en la actualidad, éstos serán el objetivo de experimentación en el presente artículo.

2. CÓDIGOS QR. DEFINICIÓN, ORIGEN Y ESTRUCTURA

Un código QR (Quick Response o Respuesta Rápida) es un gráfico bidimensional que permite la lectura de la información tanto vertical como horizontalmente, ampliando las posibilidades que ofrecen los códigos de barras, los cuales únicamente pueden ser leídos de forma horizontal.

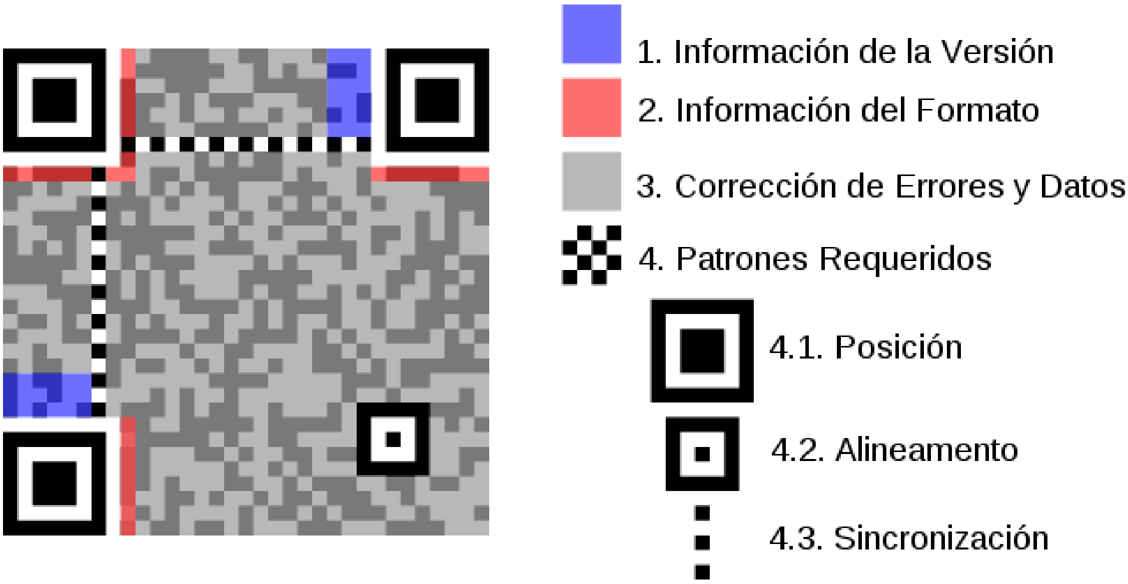
Es importante no confundir este tipo de códigos con los BIDI, similares en estructura pero diferentes en algunos aspectos. Estos últimos están desarrollados por la empresa Movistar y son propietarios, lo que significa que no son libres ni gratuitos y que es necesaria una aplicación propia de la empresa para la lectura de los códigos. Además son fácilmente diferenciables de los códigos QR porque los BIDI no incorporan tres cuadrados situados en cada una de las tres esquinas.

Código QR Código BIDI

Los códigos QR fueron desarrollados por la compañía Japonesa Denso Wave, subsidiaria de Toyota, en 1994, para la administración y el control de sus inventarios de forma rápida y segura. Aunque la marca está registrada a nombre de la empresa, “Denso Wave no ha reclamado la patente, por lo que se trata de un mobile tag de código abierto y de licencia libre”. (Vila, 2011:27) Todo ello se resume en el hecho de que no se requiere licencia para crear o utilizar códigos QR, lo que permite a los usuarios trabajar libremente con ellos.

Las acciones que pueden asociarse a un código de este tipo son variadas: abrir una página web, descargar un programa, enviar un SMS, realizar una llamada telefónica, enviar información de contacto, enviar una entrada de la agenda, enviar un tweet o compartir un mensaje secreto (Arce, 2011). Las posibilidades, por tanto, de aplicar este tipo de códigos a la didáctica de la clase son ilimitadas y dependen, en gran medida, de la imaginación del docente a la hora de diseñar la actividad.

Otro aspecto importante es la estructura de los códigos, la cual se puede observar en la figura inferior:



Estructura de un código QR

Tal y como se muestra en la figura, existen cuatro aspectos claramente diferenciados (López, 2008):

- Información de la versión: la versión viene íntimamente relacionada con el tamaño del código, de forma que existen versiones que van desde la 1 hasta la 40.

- Información del formato: describe el nivel de corrección de errores (existen 4: Low (hasta el 7% de los símbolos), Medium (hasta el 15%), Quality (hasta el 25%) y High (hasta el 30%)), patrón de máscara y capacidad de almacenamiento (dependerá del tipo de datos).

- Corrección de errores y datos: en esta región se incluyen los datos almacenados, así como la información de control y de corrección de errores.

- Patrones requeridos: existen tres tipos entre los que se encuentran los de posición (que ayudan a detectar el código), los patrones de alineamiento (usados para la corrección de errores) y patrones de sincronismo (determinan la coordenada del símbolo decodificado dentro de la matriz de datos)

Esta estructura permite una gran capacidad de almacenamiento que dependerá del tipo de datos que se quieran guardar. De este modo si el tipo de datos es numérico la capacidad llega a los 7089 caracteres, si es alfanumérico a los 4296, si es binario a los 2953 bytes y si es Kanji a los 1817 caracteres. (Kato, Tan y Chai, 2010)
Tal y como comenta Soon (2008), entre las características más importantes de los códigos QR tenemos:

- Lectura de alta velocidad en todas direcciones (360º): independientemente del ángulo en el que se sitúen los patrones (cuadros) ubicados en tres de sus esquinas, la lectura se realizará de manera rápida y sencilla.

- Tolerancia a distorsiones: gracias a los patrones de alineamiento, el código puede ser situado y leído en una superficie curva.

- Funcionalidad de restauración de datos: dependiendo del nivel de corrección de errores los códigos podrán ser corregidos cuando éstos estén dañados.

- Eficiencia de la codificación de caracteres Kanji y Kana: punto importante partiendo de la premisa de que su desarrollo se realizó con la finalidad de que fuera utilizado en Japón.

- Funcionalidad de enlace de los símbolos: esta funcionalidad permite que los códigos puedan ser divididos en distintos hasta un máximo de 16.

3. EXPERIENCIA DIDÁCTICA

Una vez vistas las características y el potencial de los códigos QR se plantea una experiencia didáctica para poner en práctica en el aula. Para ello se explicarán todos los aspectos relacionados con ésta con el objetivo de que pueda ser utilizada como base para la creación de nuevas experiencias.

3.1. Diseño

La principal idea a la hora de diseñar la experiencia se centró en la comprensión y utilización de los códigos QR por parte de los alumnos, como medio para la obtención de información, para resolver las preguntas encomendadas. La tarea debía resolverse en grupo. Este planteamiento tuvo, además, ventajas subyacentes como fueron: la cooperación entre los miembros del grupo, la autonomía de los grupos y la comprensión de textos.

Otro aspecto importante que se tuvo en cuenta en el diseño fueron los niveles de los alumnos a los que iba dirigida la experiencia, ya que las cuestiones planteadas debían tener una complejidad acorde a todos ellos, de modo que fuera comprensible para todos los alumnos. Para ello se utilizaron preguntas concisas que debían ser solucionadas con respuestas cortas de forma que todos los alumnos comprendieran la pregunta y se facilitara la búsqueda de la respuesta.

En un inicio el planteamiento fue dirigido a las etapas de ESO y Bachillerato, más concretamente a los cursos de 2º ESO, 3º ESO, 4º ESO y 1º Bachillerato, pero acabó por no aplicarse a los alumnos de Bachillerato debido a que únicamente se pudo crear un equipo.

Con este diseño, se generó un documento con diferentes partes:

- Nombre de los integrantes del equipo: este espacio se reservó para indicar el nombre de los alumnos integrantes de cada grupo

- Instrucciones: en este espacio se introdujeron las indicaciones para poder llegar a las respuestas. En ellas se demandaba la lectura detenida de las preguntas, la búsqueda de códigos QR por el aula y su escaneo con el móvil, así como la escritura de las respuestas en los lugares reservados a éstas.

- Preguntas: la batería de preguntas constaba de 8 bloques, de 2 preguntas cada uno, en los que se habilitó un espacio para indicar la página web y las respuestas a las preguntas.

Además de este documento se crearon los códigos QR correspondientes a las direcciones de las páginas web donde estaban las respuestas. Para ello se utilizó el generador de la página web “Códigos QR” (http://www.codigos-qr.com/generador-de-codigos-qr/) que ofrece un servicio para su creación. En la página se seleccionó la opción “Dirección Url” ya que éstos debían de incluir páginas web y, una vez generados, se imprimieron.

El siguiente paso fue el recorte de los códigos generados (en total fueron 8) y su pegado en diferentes localizaciones del aula. Dichas localizaciones fueron variadas e incluyeron tanto posiciones visibles (paredes o ventanas) como poco visibles (debajo de las mesas o sillas, entre los libros de las estanterías, etc.), pero seleccionando siempre lugares planos ya que a pesar de que éstos pueden ser leídos en superficies curvas, la calidad de las cámaras de los móviles no eran lo suficientemente buenas. Todo ello aumentó el nivel de dificultad y propició la búsqueda con un nivel mayor de exhaustividad.


Con el fin de que no requirieran conexiones 3G o de datos en sus teléfonos móviles, se habilitó un punto de acceso inalámbrico (modelo Linksys WAP54G) que permitió dar la cobertura necesaria en el aula para que pudieran realizar la actividad. Dicha red se dejó abierta (sin contraseña) para evitar problemas de conexión y/o configuración.

Al ser la clase de un tamaño considerable, el siguiente paso fue decidir los límites en los que podían encontrar los códigos. Éstos excluyeron la zona de la pizarra y la parte del departamento (anexo al aula pero de fácil acceso) de modo que los alumnos tuvieran una delimitación clara. También se fijó el tiempo total de la actividad en 55 minutos (duración de una clase).

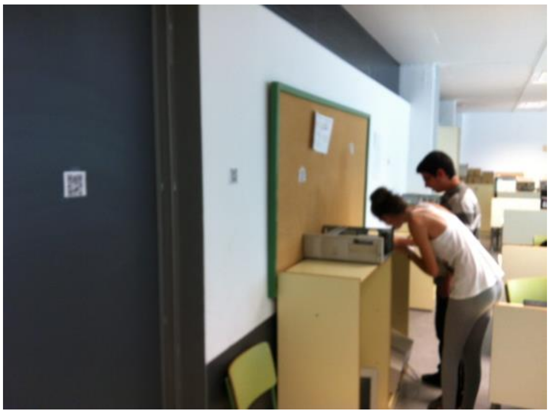
Para finalizar, se decidió premiar a aquel grupo que tardara menos y tuviera un mayor número de respuestas correctas, lo que permitió aumentar la atención por parte de los alumnos y reforzar su actitud.

3.2. Aplicación

Antes de comenzar con la aplicación se realizó una explicación de los aspectos más importantes: el tipo de conexión a Internet (inalámbrica y sin contraseña); la prohibición de despegar los códigos de sus ubicaciones originales para evitar problemas a otros grupos; el límite de 55 minutos para su realización; la lectura de las preguntas de manera detenida; y la escritura de las respuestas con bolígrafo azul o negro.

Una vez terminada la exposición, los alumnos rellenaron las hojas de respuestas con los nombres de los integrantes de los grupos (máximo 2 personas por grupo) y comenzaron la búsqueda de los códigos. La manera de proceder en esta búsqueda varió de unos grupos a otros, aunque todas tuvieron similitudes.

La participación de todos los integrantes del grupo fue necesaria ya que mientras uno buscaba y utilizaba la aplicación para obtener las direcciones de las páginas web, el otro apuntaba la dirección en la hoja entregada al principio de la actividad. En la obtención de las respuestas las técnicas no fueron tan uniformes, así unos grupos encendieron los pcs del aula para poder abrir las páginas que habían escrito y tener mayor capacidad de visión, otros buscaron las respuestas directamente en las pantallas de los teléfonos móviles a medida que encontraban nuevos códigos y otros seleccionaron un camino intermedio que combinaba las anteriores técnicas.



Otro aspecto que también difirió de unos equipos a otros fue el tiempo que tardaron en terminar la resolución de las preguntas, de modo que, aunque algunos terminaron antes de tiempo, la tónica general fue agotar los 55 minutos para responder a todas o la mayoría de las preguntas.

Durante la aplicación, el profesor actuó como guía de aquellos que tuvieron más dificultades mediante la explicación de las preguntas de manera detallada, la respuesta a las dudas que les surgían, la ayuda en el proceso de selección de respuestas y la sugerencia de localizaciones donde podían estar ubicados los códigos.

3.3. Problemas detectados

Aunque la experiencia resultó muy gratificante para los alumnos, ello no la eximió de ciertos problemas que pasamos a señalar.

El primero de ellos estuvo relacionado con el número de smartphones, ya que en algunos cursos apenas había alumnos con este tipo de móviles a pesar de que se les había avisado que intentaran traer el mayor número posible. El problema se solventó de manera sencilla al no requerir este tipo de móvil todos los miembros del equipo, con lo que los grupos se realizaron, en algunos casos, teniendo en cuenta aquellos alumnos que disponían de una unidad.

El segundo vino relacionado con las aplicaciones que debían utilizar para el procesamiento de los códigos. Debido a la variedad de plataformas móviles que poseían los alumnos (Blackerry, Android, Symbian) las descargas de los programas variaban mucho, lo que provocó retrasos en la puesta en marcha de algunos grupos. Aun así todos consiguieron hacer funcionar la aplicación y pudieron terminar el procesamiento.

El tercer problema vino a la hora de escanear los códigos. Aunque las situaciones de éstos se fijaron de forma que los alumnos no tuvieran dificultades en tener acceso a ellos, algunos alumnos decidieron despegar los códigos para escanearlos lejos del lugar en el que lo habían encontrado. Ello provocó las quejas de algunos grupos que pidieron que éstos se restauraran a su ubicación original, con lo que se situaron en el mismo lugar en el que estaban y se indicó a los alumnos que esa actitud sería motivo de descalificación.

El cuarto y último problema detectado fue la carga de algunas páginas web en las que la cantidad de imágenes era grande. En este caso se guió a los alumnos hacia la respuesta indicándoles que se fijaran en las leyendas de cada una de las imágenes, ya que podían responder a las preguntas sin necesidad de visualizarlas.

3.4. Resultados

El principal objetivo de la experiencia era el que los alumnos aprendieran a utilizar los códigos QR y trabajaran con ellos de manera cómoda. Éste se consiguió gracias al carácter lúdico de la experiencia y a la capacidad de los alumnos de adaptarse a nuevas tecnologías, ya que todos, en menor o mayor medida, respondieron a las preguntas y pudieron acceder a las páginas web de los códigos sin problemas.

Además del cumplimiento del objetivo principal se obtuvieron beneficios que no se habían contemplado previamente. Los alumnos se interesaron en otras aplicaciones de los códigos QR así como en la creación para la utilización personal mediante páginas web y/o programas. Es por ello que se decidió explicar, en la siguiente clase, la forma en la cual se habían generado los códigos para la experiencia y algunos alumnos estuvieron practicando con la creación de códigos que representaban números de móvil y mensajes.

Otro aspecto añadido fue la capacidad de aprendizaje de la utilización de la aplicación de escaneado de códigos, la cual fue sorprendentemente alta ya los alumnos se adaptaron en muy poco tiempo a esta manera de trabajar. En este punto hay que señalar que las aplicaciones utilizadas pertenecían a diferentes plataformas (tal y como hemos comentado anteriormente) lo que hacía diferir en su utilización. Mientras que en el caso de dispositivos Android la aplicación estaba en funcionamiento de manera continua y detectaba automáticamente los códigos, no ocurría lo mismo con los de tipo Blackberry donde el proceso era más engorroso al tener que hacer una foto previa al paso del procesamiento.

4. CONCLUSIONES

La monotonía, en ocasiones, puede llegar a mermar la actitud de los alumnos y, por consiguiente, su rendimiento. La realización de experiencias de este tipo que se salgan fuera de los cánones establecidos puede llegar a mejorar el interés por la asignatura además de fomentar valores como el trabajo en equipo, tan demandado en el ámbito laboral.

Los alumnos quedaron satisfechos con la actividad y se esforzaron al máximo con el fin de conseguir la recompensa. El hecho de incluir un refuerzo tangible al mejor grupo los motivó para realizar la búsqueda de manera exhaustiva y responder a las preguntas con la máxima precisión, aunque en ocasiones la rapidez de lectura de los textos hizo que hubieran algunos pequeños equívocos.

Con todo ello podemos concluir que la aplicación de experiencias en las que se utilicen códigos QR resultará interesante tanto a docentes como a alumnos, teniendo en cuenta que el planteamiento de éstas requiere de tiempo y esfuerzo por parte del docente, quien deberá seleccionar los objetivos que pretende con la actividad así como el nivel de dificultad. ●

Bibliografía

Arce, R. A. (2011). Mobile learning: aprendizaje móvil como complemento de una estrategia de trabajo colaborativo con herramientas Web 2 y entorno virtual de aprendizaje WebUNLP en modalidad de blended learning. Disponible en: http://www.unlp.edu.ar/uploads/docs/mobile_learning__aprendizaje_movil__arce_.pdf

Basterreche, J. F. (2007). *Dispositivos móviles. Trabajo de adscripción*. Disponible en http://exa.unne.edu.ar/depar/areas/informatica/SistemasOperativos/tfbasterretche.pdf

Kato, H., Tan, K. T., Chai, D. (2010). *Barcodes for mobile devices*. Cambridge: Cambridge University Press.

López, J. (2008). *Estudio de la tecnología de códigos bidimensionales y desarrollo de aplicaciones*. Proyecto de fin de carrera. Universidad de Sevilla. Escuela técnica superior de ingenieros

Soon, T. (2008). QR Code. *Synthesis journal 2008*, sección tercera, 59-78.

Tecuanhuehue, J. (2006). *Sistemas CDMA: cdmaOne, cdma2000.* Tesis profesional. Universidad de las Américas Puebla. Disponible en http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/tecuanhuehue_r_j/portada.html

Vila, J. (2011). Los códigos QR aplicados a la educación. *Comunicación y pedagogía*, 253, 1-3.

Winter, M. (2011). *Scan Me: Everybody's Guide to the Magical World of QR Codes*. Napa: Westsong Publishing.

Vormärz

Título: Vormärz. **Target**: Estudiantes y profesores de Alemán. **Asignatura**: Alemán. **Autor**: Ana María González Matellán, Licenciada en Filología Alemana, Profesora de alemán en EOI.

Die Jahrzehnte vor der Märzrevolution von 1848, der „Vormärz“ sind eine Zeit des politischen Aufbruchs. Überall in Deutschland und im übrigen Europa organisiert sich die liberale und nationale Bewegung des aufstrebenden Bürgertums, bereitet sich allmählich jene politische Konstellation vor, die dann 1848/49 in die große, gemeineuropäische Revolution führt.

Ihr wichtigstes Aktionsfeld findet die bürgerlich-liberale Bewegung in den einzelstaatlichen Parlamenten, die vor allem in Süddeutschland mit dem nach dem Wiener Kongress erlassenen Verfassungen geschaffen werden. Neben einer ersten Kammer als Repräsentation des Adels, der Kirche und anderer Institutionen sehen diese Konstitutionen eine zweite Kammer vor, die aus Wahlen der Staatsbürger – wenn gleich nach einem mehr oder minder beschränkten Wahlrecht – hervorgeht. Trotz der begrenzten parlamentarischen Befugnisse gelingt es den liberalen, in diesen Staaten zeitweise einzelne Reformen durchzusetzten. Zugleich tragen die Landtagswahlen und die parlamentarische Arbeit dazu bei, dass sich die Abgeordneten in Fraktionen organisieren, ihre politischen Zielsetzungen klären und so für größere politische Aufgaben vorbereiten.

Aber auch außerparlamentarisch schreitet die Sammlung der oppositionellen Kräfte gegen die reaktionäre Ordnung des Deutschen Bundes fort – immer wieder angestoßen durch die gleichzeitigen nationalen und revolutionären Erhebungen in anderen europäischen Ländern. Phasen großer politischer Unruhe, besonders nach der französischen Julirevolution von 1830, und neuerlicher Befestigung des bestehenden Systems wechseln einander ab. In den 1840er –Jahren differenziert sich, trotz nach wie vor bestehender Übereinstimmung in der allgemeinen nationalen Zielsetzung, die Opposition: Der linke Flügel, die Demokraten, tritt für eine Ausweitung der politischen Rechte auch für die unteren Schichten und für sozialen Reformen ein, während der rechte Flügel, die Liberalen, aus Sorgen vor einer sozialen Revolution zu einem vorsichtigeren, reformerischen Vorgehen mahnt.

ANFÄNGE DES PARLAMENTARISMUS

Am Vorabend der Revolution von 1848/49 besitzt mehr als die Hälfte der 39 Einzelstaaten des Deutschen Bundes moderne parlamentarische Vertretungen im Rahmen einer konstitutionellen Monarchie. Der Schwerpunkt des parlamentarischen Lebens liegt dabei eindeutig in den süddeutschen Staaten, die bereits nach dem Wiener Kongress ihre Verfassungen erhalten haben. Die Parlamentarisierung weiterer Einzelstaaten, besonders in Nord- und Mitteldeutschland, folgt in einem zweiten Schub nach der Julirevolution von 1830.

Die meisten Verfassungen sehen ein Zweikammersystem vor, indem die Erste Kammer als konservatives Element aus Vertretern des Adels, der Kirchen, der Universitäten oder anderer Institutionen besteht und die Zweite Kammer als eigentliche Volksvertretung das dynamische Element darstellt. Häufig werden für die Kammern neue Gebäude errichtet, eine spezielle Parlamentsarchitektur beginnt sich zu entwickeln.

Das Wahlrecht zu den Zweiten Kammern ist in allen vormärzlichen Verfassungen ein beschränktes. Relativ am weitesten geht das Großherzogtum Baden, das allen Gemeindebürgern und den Staatsbeamten das aktive Wahlrecht zubilligt. Andere Staaten begrenzen die Zahl der Wahlberechtigten durch einen hohen „Zensus“, den Nachweis eines Mindestvermögens.

Die politischen Befugnisse der neuen Parlamente sind noch relativ eng begrenzt. Weder können sie selbst Gesetzesvorlagen einbringen noch bei der Regierungsbildung mitbestimmen. Doch ihre Mitwirkungsrechte in Fragen der Staatsfinanzen und bei der Gesetzgebung lassen sich ebenso wie ihr allgemeines Petitionsrecht, das sie immer wieder zu Debatten über aktuelle politische Themen nutzen, schon bald zu Brennpunkten des öffentlichen Lebens werden.

Zwischen monarchischen Regierung und Parlament entwickeln sich im Laufe des Vormärz regelrechte „Kammerkämpfe“, in denen es um die Rechte der Kammern selbst, aber auch um die Durchsetzung der wichtigsten politischen Grundrechte geht. Vor allem der badische Landtag, auf dessen Debatten die liberale Bewegung in ganz Deutschland blickt, spielt hier eine Vorreiterrolle.

In den Parlamenten profiliert sich dabei allmählich eine neue politische Führungsschicht aus Advokaten, Gelehrten und Beamten auch einzelnen Köpfen des Wirtschaftsbürgertums. Die parlamentarische Praxis bildet jene Kenntnisse und Fähigkeiten aus, mit denen die Abgeordneten, dem Herrschaftsanspruch des Adels und der Bürokratie entgegen treten können. Seine soziale Basis hat der vormärzliche Parlamentarismus – auch da, wo nicht in Baden die Städte durch das Wahlrecht sogar ausdrücklich begünstigt werden – vor allem im städtischen Bürgertum. Gerade bei den großen Festen, mit denen das Bürgertum „seine“ Abgeordneten ehrt und feiert, festigt sich die liberale Opposition gegen den Obrigkeitsstaat.

DIE LIBERALE BEWEGUNG

Bereits die erste nationale Erhebung nach dem Wiener Kongress, der griechische Aufstand gegen die türkische Herrschaft, löst in ganz Europa eine Welle der Sympathie und Unterstützung aus. Am 6. Februar 1833 kam der erste griechische König, der Wittelsbacher Otto von Bayern, in Nauplia einziehen. Diese Vollendung der griechischen Staatsbildung wird nicht nur in Deutschland als weitere Bestätigung für den unaufhaltsamen Siegeszug des nationalen Prinzips und der mit ihm verbundenen liberalen Reformvorstellungen verstanden.

Ausgehend von der Pariser Julierhebung gegen die restaurierte Bourbonenherrschaft rollt 1930 eine revolutionäre Welle über weite Teile Europas hinweg. Nationale Aufstände gegen die bestehende Herrschaft erschüttern vor allem die südlichen Niederlande und Polen. Zugleich gibt die revolutionäre Unruhe vielfach – wie etwa in England oder der Schweiz- Anlass zu Wahlrechts- und Verfassungsreformen im liberalen Sinne. In Deutschland werden besonders jene nord- und mitteldeutschen Staaten, die bisher Reformen verweigert haben, von der Revolutionswelle erschüttert. In Braunschweig wird in der Nacht vom 7. zum 8. September 1830 der reaktionäre Herzog Karl II. aus dem Lande verjagt, sein Schloss erstürmt, geplündert und in Brand gesetzt. Auch in Königreich Sachsen tritt nach Unruhen in Leipzig und Dresden der konservative König Anton zugunsten seines reformbereiteren Neffen Friedrich August zurück. Unter dessen Regentschaft wird ein liberales Ministerium berufen und ein Jahr später eine Verfassung nach süddeutschem Vorbild in Kraft gesetzt.

Überhaupt wird die politische Unruhe des Jahres 1830 zum Auslöser für einen erneuten Schub verfassungspolitischer Reformer nach der Einführung der süddeutschen Verfassungen um 1818. Als liberalste dieser neuen Konstitutionen gilt das Grundgesetz des Kurfürstentums Hessen-Kassel vom Januar 1831, das nach heftigen Unruhen auf das energische Drängen einer Deputation des Kasseler Magistrats gegenüber Kurfürst Wilhelm II. am 15. September 1830 zurückgeht.

Die allgemeine politische Mobilisierung wird in Deutschland nicht zuletzt durch den polnischen Aufstand von 1830/31 gefördert. Nach der endgültigen Niederschlagung des Aufstandes durch russische Truppen im Herbst 1831 werden die emigrierten polnischen Patrioten in vielen deutschen Regionen als Vorkämpfer für die eigene Befreiung begeistert begrüßt und enthusiastisch gefeiert. Im Zuge der breiten öffentlichen Diskussion über das

Schicksal der Polen bilden sich vielerorts Solidaritätsvereine. Diese Polenvereine werden zu Schlüsselorganisationen der liberalen Opposition.

In der Pfalz mündet diese Mobilisierung und organisatorische Stärkung am 27. Mai 1832 in den Festzug zur Ruine des Hambacher Schlosses mit 20-30.000 Teilnehmern eine der machtvollsten Kundgebungen der liberalen und nationalen Bewegung für Pressefreiheit, Verfassungsreformen und die nationalstaatliche Einigung Deutschlands. Dieser politische Aufschwung erlischt jedoch rasch wieder unter dem Druck der reaktionären Beschlüsse des Deutschen Bundes in den Jahren 1832 bis 1834. Der Versuch einer Gruppe radikaler Burschenschaftler, mit der Erstürmung der Wachen in Frankfurt am Main, am Sitz des Bundestages, eine allgemeine Revolution auszulösen, bleibt ohne Resonanz in der Bevölkerung und scheitert am 3. April 1833 kläglich. Die radikaleren Kräfte der Opposition sehen sich großenteils zur Emigration in die Nachbarstaaten gezwungen. Vor allem in der Schweiz sammeln sich fast 40.000 Emigranten in Handwerkervereinen und ähnlichen Organisationen. Die Vertreter der äußersten Linken vereinen sich 1834 in Paris zum geheimen „Bund der Geächteten“, der in seiner „Erklärung der Menschen- und Bürgerrechte“ den Kampf gegen die soziale Ungleichheit in den Mittelpunkt stellt. In den 1840er Jahren gehen aus diesen Ansätzen die ersten sozialistischen Organisationen hervor.

Von der allgemeinen Politisierung wird in den 1830er Jahren auch die Literatur erfasst. Ludwig Börne, Heinrich Heine und das „Junge Deutschland“ wenden sich gegen Romantik und Innerlichkeit und verstehen ihre schriftstellerische Arbeit als bewusst politische, demokratisch-radikale Kritik an den bestehenden Zuständen. Die „Bibel“ der liberalen Bewegung des Vormärz bildet das „Staatslexikon“, das die Freiburger Staatsrechtler Karl von Rotteck und Karl Theodor Welcker in den Jahren 1834 bis 1843 herausgeben. In den Artikeln des Lexikons wird das politische Programm des Liberalismus in ganzer breit formuliert und staatsrechtlich begründet. 1837 rückt die Göttinger Universität in den Mittelpunkt der deutschen Öffentlichkeit, als sich sieben ihrer Professoren öffentlich gegen den neuen hannoverschen König Ernst August stellen, der die gerade erst 1833 erlassene Verfassung einseitig aufgehoben hat. Die daraufhin von ihren Lehrstühlen vertriebenen „Göttinger Sieben“, unter ihnen die Gebrüder Grimm, der Historiker Friedrich Christoph Dahlmann und der Literarhistoriker Georg Gottfried Gervinus, werden mit einem Schlag zu nationalen Symbolfiguren des liberalen Widerstandes gegen die reaktionäre Obrigkeit.

Angesichts der fehlenden staatlichen Einheit gründet sich das Bewusstsein nationaler Zusammengehörigkeit in Deutschland besonders auf die gemeinsame Sprache, Dichtung und Geschichte, auf die Einheit der Kulturnation. Die romantische Verklärung der Vergangenheit, zumal des Mittelalters, wird etwa in der großen Begeisterung deutlich, mit der weite Kreise der Öffentlichkeit 1842 den Entschluss feiern, den Kölner Dom zu vollenden. Im Preußen kommt Friedrich Wilhelm IV. aus finanzpolitischen Gründen im April 1847 den wachsenden Forderungen nach einer parlamentarischen Vertretung mit der Einberufung eines „Vereinigten Landtages“ entgegen. Das Ausmaß der Kompetenzen dieses Gremiums bleibt jedoch zwischen den Abgeordneten und der Krone heftig umstritten; der Landtag wird nach nur zwei Monaten wieder aufgelöst. Im unmittelbaren Vorfeld der Revolution von 1848/49 vollzieht sich auch bereits die Spaltung der Opposition in Liberale und Demokraten. Beide Flügel stimmen zwar in Kernforderungen wie der nach einem Nationalstaat überein, doch verlangen die Demokraten in ihrem „Offenburger Programm“ vom 12. September 1847 darüber hinaus die Republik, das allgemeine Wahlrecht und eine tatkräftige Sozialpolitik zugunsten der unteren Schichten. Die Liberalen antworten darauf am 10. Oktober 1847 mit der „Heppenheimer Erklärung“, die in der Heidelberger „Deutschen Zeitung“, ihrem ebengegründeten Zentralorgan, veröffentlicht wird. Im Mittelpunkt stehen hier die konstitutionelle Monarchie als Ziel der inneren Neuordnung, der bundesstaatliche Ausbau des Zollvereins als Form der nationalen Einigung und allgemein ein Weg der Reformen über Vereinbarungen mit den bestehenden Gewalten.

Begleitet und mit getragen wird der erneute politische Aufbruch der 1840er Jahre von sich zunehmend verschärfenden sozialen Spannungen, die einen ihrer Höhepunkte im Aufstand de von der maschinellen Konkurrenz besonders betroffenen schlesischen Weber im Juni 1844 finden. Vor allem 1847 führt die allgemeine Wirtschaftskrise und die schlechte Versorgungslage in vielen Städten zu Hungerkrawallen der unteren Schichten. Diese tiefgreifenden gesellschaftlichen Probleme bilden zugleich die Vorgeschichte und den Hintergrund der im Frühjahr 1848 ausbrechenden Revolution. ●

Quellen

www.wikipedia.de

Fragen an die deutsche Geschichte, Varus Verlag.

Defectos y daños en la pintura de un vehículo IV

Título: Defectos y daños en la pintura de un vehículo IV. **Target**: Ciclo Formativo de Grado Medio de Carrocería. **Asignatura**: Preparación de superfícies. **Autor**: Juan Pedro Gassó Bas, Técnico especialista en Mecánica y Electricidad del Automóvil, Profesor de Ciclos Formativos de Mantenimiento de vehículos.

Como se comento en el artículo anterior "Defectos y daños en la pintura de un vehículo III", todos los defectos vistos, son defectos que pueden aparecer por una mala preparación de la pieza, pero también pueden ser debidos a una mala aplicación o incluso a un mal secado de la misma pintura. A parte de estos defectos existen más defectos que se verán a continuación:

Manchas de agua: Este tipo de defecto suele estar representado en forma de una gota de agua sobre la superficie pintada, que generalmente tiene una tonalidad blanquecina de forma superficial sobre la pintura (foto I).

–Causas: La causa principal que hace que aparezca este defecto es la mala vaporización de agua sobre la pintura recién aplicada en la pieza, sin que a esta le haya dado tiempo a endurecer. Generalmente el agua que suele producir este tipo de defectos, suele ser de lluvia, aunque el rocío de las mañanas también puede provocar la aparición de agua, o incluso la utilización de lijas al agua en pinturas con base disolvente.

Este tipo de causa se suele producir principalmente en superficies horizontales, ya que estas, predominan a que se asiente el agua con mayor facilidad.

Otra causa por la que puede aparecer este tipo de defecto, aunque es menos probable, es una aplicación de cera sobre la pintura de forma excesiva.

–Prevención: Como los defectos son principalmente producidos por la aparición de agua, se deberá de seguir y cumplir los tiempos de secado entre capas de pintura, no dejando pasar mucho tiempo entre capas, para que la humedad del ambiente no contamine la superficie pintada. En caso de utilizar lijas al agua, realizar una limpieza con aire a presión de la zona a pintar, así como a las piezas adyacentes y a la pieza reparada, para eliminar posibles restos de agua. Aplicar la cantidad de cera necesaria para pulir y abrillantar las piezas correspondientes.

–Reparación: Generalmente este tipo de defectos suelen ser daños superficiales, aunque también podremos encontrarnos daños de mayor magnitud. En el supuesto que los daños sobre la superficie sean superficiales, estos se repararan, lijando la superficie con una lija muy fina, seguido de un pulido que como norma general será suficiente para reparar este tipo de daños.

Cuando después de realizar el pulido, el defecto no haya desaparecido, se deberá de realizar un lijado más agresivo a la zona afectada, para proceder al repintado de la zona afectada.

(foto I)

Motas o grumos: Este tipo de defecto como su nombre indica y especifica, se puede observar en forma de pequeñas desigualdades o pequeños granitos en mayor o menor medida incrustados en la pintura o de forma casi superficial (foto IV).

–Causas: La causa principal por la cual aparecen las motas o el polvo en la capa de pintura es debido a la utilización de productos en mal estado.

La causa más común es que existan pinturas que lleven mucho tiempo almacenadas y estas se hayan estropeado sin que el pintor se haya dado cuenta de ello.

Otra causa que también puede provocar este tipo de defectos, es la utilización de productos equivocados, generalmente por equivocación del pintor.

También podría aparecer este tipo de defecto cuando se mezclan productos que no son compatibles entre ellos, sobre todo productos de diferentes fabricantes.

Menos habitual podría ser que hubiese un agitado del producto insuficiente, antes de la aplicación del producto en el recipiente de preparación de la mezcla de color.

–Prevención: Como la principal causa es la utilización de productos en mal estado, habrá que comprobar las especificaciones que marcan los fabricantes antes de su utilización.

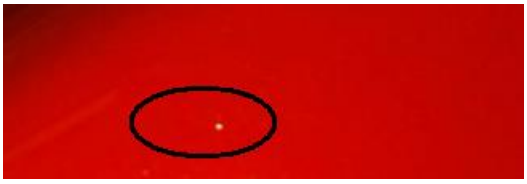
Mezclar los productos siempre del mismo fabricante, aunque existan productos denominados universales que especifiquen que si que se pueden mezclar con otros.

Comprobar la fecha de fabricación de todos los productos de forma regular para evitar imprevistos, como la aparición de este tipo de defecto.

Revisar que el equipo de pintura funciona correctamente, y que remueve la pintura de manera homogénea, para que no se produzcan grumos.

–Reparación: Este tipo de defectos pueden afectar a parte de la pintura o a toda la pieza pintada, ya que dependerá de la magnitud de la mota o del grumo y de la cantidad que se encuentren en la pieza afectada.

Cuando el defecto afecta a una zona parcial, esa zona se podrá reparar de forma superficial lijando la superficie afectada con lija muy fina y realizando un difuminado a la pieza. Cuando la superficie afectada es toda la pieza será necesario eliminar toda la pintura afectada y proceder a realizar el proceso de lijado y pintado desde el inicio.



(foto II)

Perdida de brillo: Este tipo de defecto como su nombre indica se detecta por la falta de brillo de la pintura, que en ocasiones suele reproducirse en algunas piezas de forma total o parcial (foto III). –Causas: Este tipo de defecto era muy frecuente antiguamente en vehículos monocapa, cuando estos estaban expuestos de forma frecuente al sol. Pero actualmente este tipo de defecto puede ser producido por muchas causas y estas serán las siguientes:

En el supuesto de aplicación de pintura monocapa, la causa puede ser producida por una aplicación de pintura muy diluida incapaz de producir brillo a la pintura.

Independientemente del tipo de pintura, otras causas por la que puede aparecer este tipo de defecto es la utilización de disolventes o catalizadores inadecuados en el proceso de mezcla de la pintura, ya sea pintura de fondo o pintura de acabado.

Un proceso de secado inadecuado también puede provocar este tipo de defecto, ya sea por baja temperatura de secado o por una mala ventilación en el proceso de secado.

En ocasiones una humedad elevada en el aire, también puede provocar este tipo de defecto, aunque no suele ser muy habitual esta causa.

–Prevención: Habrá que comprobar las especificaciones que marcan los fabricantes antes de su utilización, para comprobar tiempos de secado y compatibilidades con otros productos.

Una vez elegido los catalizadores, disolventes o diluyentes, se tendrá que saber todos los porcentajes que se deberán de aplicar para obtener la mezcla de pintura con la disolución correcta, teniendo presente la temperatura ambiente.

Hay que seguir correctamente el proceso de secado.

–Reparación: Como este tipo de defecto es la perdida de brillo, generalmente este tipo de defecto se suele reparar con un pulido y abrillantado de la pieza afectada.

Si el daño no se repara con un abrillantado y un pulido, se deberá proceder a realizar un lijado de la pieza con lija muy fina y seguidamente realizar un pintado para restablecer el brillo de la zona. En pinturas monocapa el repintado se realizará con pintura con pigmentos y en pinturas bicapa, la pintura que se aplicará será el barniz incoloro.

(foto III)

Pulverizados: Este tipo de defecto visualmente es representado por pequeñas partículas de pintura en zonas generalmente no deseadas (foto IV).

Como su nombre indica y especifica este tipo de defecto se puede observar en forma de difuminado.
–Causas: La causa principal por la cual aparece este tipo de defecto es por una aplicación escasa de pintura

sobre una zona, ya sea aplicada de forma directa o indirecta.
Si se utilizan disolventes o diluyentes de secado rápido, en ocasiones, estos productos se secan o se evaporan antes de llegar al soporte, de manera que la superficie no llega a ser cubierta por completo.
Una distancia excesiva entre la pistola de aplicación y el soporte a pintar, puede provocar un pulverizado de la pieza debido a que no llegue la pintura con facilidad.

En ocasiones una presión excesiva en la pistola de aplicación de pintura favorece a la evaporación de la pintura provocando difuminados, por el rebote de la pintura sobre la pieza.

Menos habitual son los pulverizados por haber realizado un mal enmascarado de las piezas, pero aun siendo menos habitual, también es una causa probable.

–Prevención: Para prevenir este tipo de defectos es recomendable utilizar diluyentes, catalizadores y disolventes que realicen el secado o evaporación en el tiempo correcto, independientemente de la temperatura ambiente que haya en el momento de la aplicación.

En el proceso de aplicación de la pintura, habrá que controlar la presión de aplicación de la pintura, así como mantener una distancia uniforme con respecto a la pieza a pintar.

Antes de proceder a realizar el proceso de pintado, comprobar la temperatura dentro de la cabina de pintura, en el caso de pintar en cabinas de pintura, y también comprobar la temperatura ambiente, en el caso de pintar fuera de la cabina de pintura.

Realizar un proceso de enmascarado de la pieza a pintar correctamente, cubriendo sobre todo las piezas adyacentes perfectamente con papel de enmascarado.

–Reparación: Este tipo de defecto se suele reparar con un pulido y abrillantado de la pieza afectada. Si el daño no se repara con un abrillantado y un pulido, se deberá proceder a realizar un lijado de la pieza y posterior pintado para restablecer el color de la zona.

(foto IV)

Todos los defectos pueden aparecer por una mala preparación de la pieza, pero también pueden ser debidos a una mala aplicación o incluso a un mal secado de la misma pintura. A parte de estos defectos, existen más defectos pero, como se ha podido comprobar, la aparición de algún tipo de defecto puede ser probablemente, debido a factores que se pueden controlar y evitar.

Bibliografía

Francisco Livianos González (2004). Manual de pintado de automóviles. Editorial Cesvimap

Antonio Castro Castro (2005). Embellecimiento de Superficies. Editorial Editex.

Formación del conocimiento social, tanto individual como científico

Título: Formación del conocimiento social, tanto individual como científico. **Target**: Maestros de Educación Primaria. **Asignatura**: Ciencias Sociales. **Autor**: Mª Ángeles Lobato González, Maestro Especialidad en Educación Primaria.

¿Cómo adquiere el niño/a el conocimiento de su sociedad? Las principales y más antiguas teorías son las que suponen que recibe sus nociones sociales de los adultos que le rodean, y que la presión del ambiente conforma sus creencias. Esta posición recibe dos tipos de influencias:

- La posición teórica de la sociología, en particular, la perspectiva de Durkheim, para quien es la presión social la que forma las representaciones del individuo.
- La psicología conductista, que atribuye al ambiente la formación de conductas.

Diferenciamos pues, entre representaciones y conducta. El conductismo sólo estudiaría la relación Estímulo-Respuesta, no importando el mecanismo interno, sólo la reacción y lo visible.

En esta misma perspectiva se encuentra la teoría de la "Socialización", la cuál tuvo lugar entre los años 50 y 60. Desde aquí, lo más importante es saber como influyen las variables del ambiente (clases social, religión, familia…) en las ideas de los niños y niñas. Estos estudios se centraban en el pensamiento infantil, para ver hasta que punto se distanciaban o acercaban al adulto.

Observamos como todas estas visiones obvian el planteamiento constructivista, es decir, aquel que estudia cómo los sujetos organizan y seleccionan la información social, cuyo mayor representante es Piaget, el cuál considera al niño/a, no como una esponja que se empapa del ambiente, sino como un individuo activo, que construye por sí mismo sus conocimientos y estructuras intelectuales, tomando los elementos del ambiente, pero seleccionándolos y elaborándolo de acuerdo a su desarrollo intelectual.

Seguimos la historia, para situarnos en los años 60, cuando las aportaciones de Durkheim fueron retomadas por Moscovici, quien sostenía que las representaciones sociales son un tipo de conocimiento compartido por los individuos de un grupo, adquiridas mediante la comunicación social. Estas estarían en la sociedad y no serían producto de la construcción individual sino un fenómeno social que se impone al individuo, suponiendo estas ideas una vuelta a las ideas de socialización.

Pero volvamos a Piaget. Uno de sus planteamientos más polémicos es la existencia de estadios sucesivos. El sujeto progresa en su comprensión de la vida social en una secuencia ordenada, que depende del desarrollo alcanzado por sus estructuras intelectuales. En general, los estudios sobre el desarrollo del conocimiento social han producido diferentes polémicas entre los investigadores de este campo. Algunos sostienen que la construcción del conocimiento social difiere de la de otros tipos de conocimientos. Otros, dicen que es semejante. Parece obvio admitir que el contenido de las ideas del mundo físico se diferencian de las del mundo social, pero que los mecanismos son los mismos. Damos por sentado que todos los conocimientos se producen en un contexto social por lo que todo conocimiento es social en su origen, aunque muchos creen que bajo el concepto de conocimiento social se encuentran varios temas:

- El conocimiento personal (como seres que pensamos, sentimos…).
- Las relaciones interpersonales (conocimiento de los modos de relación entre las personas: autoridad, amistad…).
- Los roles o papeles sociales (lo que se espera de un individuo en determinadas situaciones).
- La sociedad, su funcionamiento y organización (mucho más impersonal y complejo ya que implica hechos macro-sociales que se escapan de nuestra experiencia personal).

Queremos insistir en la idea del papel activo del sujeto en la construcción de sus representaciones sociales, como actividad constructiva, por tanto. Cuando el sujeto nace no dispone de estructuras intelectuales completas ni tampoco de representaciones de lo que le rodea y debe ir construyéndolos al unísono. A lo largo del desarrollo se van formando repertorios de comportamientos que nos indican que debemos y que no debemos hacer.

Distinguimos, por tanto, entre conciencia y conducta para referirnos a lo social. Lo que la gente debe hacer y lo que la gente hace. El individuo, en su interacción con los otros, se ve sometido a regulaciones que debe seguir, se ve influenciado por la sociedad profundamente y ocurre lo que llamamos “socialización primaria y secundaria”, resaltando la importancia del papel del individuo en esta construcción, ya que no es un dejarse llevar sino un proceso que se elabora mediante la “Resistencia”, es decir, cuando lo que tu deseas choca con la realidad, solo así podemos aprender. El proceso de elaboración personal y síntesis de los distintos elementos para formar contenidos, es denominado como “Equilibración” (Piaget).

Consideramos necesario señalar la importancia de los adultos en esta construcción, ya que ellos intentan inculcar en sus hijos e hijas su forma de ver el mundo, pero no pensemos que esto es un mero aprendizaje social o imitación, ya que volvemos a insistir en el papel activo del sujeto. Con la información que le proporcionan los adultos y con lo que ellos mismos experimentan, forman estructuras complejas que cobran sentido. Diferencian la “información” y la “organización de la información”, es decir, los adultos, los medios de comunicación, su propia experiencia… proporcionan información pero es él el que debe organizarla. Las preguntas que el niño/a hace espontáneamente también serían consideradas como otra señal de este proceso de reflexión interna. Aunque intentáramos explicarle al niño/a el funcionamiento de la sociedad, sería imposible que este fuera asimilado, porque todo depende, como ya hemos señalado, de su desarrollo intelectual. Reglas y valores aparecerían de un modo más natural, más espontáneo, más por imitación (el niño/a está sometido a regulaciones desde siempre, como tomar la papilla a una hora o la hora del baño haciendo normal que esto sea adquirido más fácilmente) mientras que los porqués, las explicaciones requieren de un proceso de elaboración más sofisticado. Las nociones dan a normas y valores un sentido.

Vistas estas perspectivas, nos centramos en otro protagonista imprescindible en este análisis, Vygotsky. Distingue este autor entre “el objetivismo reduccionista” y “la psicología descriptiva” describiendo cada una de ellas una visión distinta de la relación entre desarrollo y aprendizaje:

- En la primera, se reducen las funciones superiores al esquema reactivo de los reflejos, lo que lleva implícita la idea de que el desarrollo consiste en la formación de conexiones reflejas o asociativas. El desarrollo, por tanto, debía consistir en el aprendizaje. Esta tendencia de reducir el desarrollo a aprendizaje desvaloriza el papel del alumno/a, activo y transformador. El desarrollo sería la acumulación de respuestas posibles y la construcción de hábitos.
- La segunda, implica una distancia insalvable entre las funciones superiores y los procesos reactivos. El desarrollo sería algo “interno” y el aprendizaje “externo”. El desarrollo es condición del aprendizaje.

Los primeros creen que desarrollo y aprendizaje son simultáneos y los segundos que el desarrollo precede al aprendizaje. Pero comparten la idea de que tanto uno como el otro implican la acumulación de cambios cuantitativos.

Para Vygotsky el aprendizaje sería el desarrollo cualitativo desde los procesos reactivos hasta las funciones superiores. El aprendizaje no sería algo externo y posterior al desarrollo, ni idéntico a él, sino condición previa para el desarrollo. La razón es que el desarrollo de las funciones superiores exige la apropiación o incorporación de pautas y herramientas de relación con los demás, y sólo es posible porque vive en grupos y puede aprender de los individuos que conforman nuestra sociedad.

Por tanto, no podemos reducir estas relaciones entre aprendizaje y desarrollo en un sentido bidireccional, porque el aprendizaje también depende del desarrollo potencial del sujeto. Para definir la relación entre aprendizaje y desarrollo debemos ver que son capaces de hacer los niños/as, no solamente por si mismos sino con la ayuda de los demás. Compañeros que guían, planifican, comienzan, terminan… diferenciado con el nivel de desarrollo actual que es lo que el sujeto hace por si solo, sin la guía de otras personas. Resolver un problema solo o con ayuda.

Esto define el desarrollo como la apropiación de instrumentos proporcionados por agentes de interacción.

Pasemos a analizar la construcción del "conocimiento científico", comenzando con la formulación de la pregunta: ¿Qué es la ciencia? Podemos confundirnos y pensar que Ciencia es la acción de descubrir, estudiar, experimentar… pero no es así, es a través de estos procesos por los que llegamos a la ciencia, el camino.

La ciencia es un saber para el que necesitamos realizar una acción (experimentar, descubrir, estudiar…) A ese saber lo llamamos científico. Por tanto, Ciencia es sinónimo de conocer, una forma de conocer el mundo.

Ahora bien, el término "conocimiento científico" está formado además por el término "conocimiento", por lo que nos preguntamos: ¿Qué es el conocimiento? Hacen falta dos cosas para que exista conocimiento:

- Un sujeto cognoscente (que conoce algo).
- Un objeto conocido.

Es decir, una cosa conoce a la otra. Hay una relación entre sujeto cognoscente y objeto conocido. Además debe darse el requisito de que el sujeto sea inteligente. El sujeto realiza la acción y el objeto es la parte pasiva, sobre la que se realiza dicha acción. Por tanto conocimiento es la idea que tiene el sujeto sobre un objeto conocido. Esto nos lleva a otra cuestión: ¿Qué es la idea? Es la representación en nuestra mente de un objeto conocido, aquello que imaginamos cuando pensamos en algo.

Finalmente nos preguntamos: ¿Qué características tiene el conocimiento para que sea científico? Pues bien, el objeto conocido debe tener características especiales para que a partir de él podamos hacer "conocimiento científico". El objeto conocido debe ser percibido por los sentidos. Debemos percibirlo por el oído, olfato, vista, tacto y gusto. Y además debe ser percibido por todo el mundo.

Existen dos tipos de ciencia:

- Lógico- formales: Objetos abstractos que no se perciben. Matemáticas, pura forma, pura idea. Estudian representaciones de objetos.
- Empíricas: Se perciben y están presentes.

En nuestra definición abandonamos las lógico-formales, para hablar de ciencia empírica, es decir, el conocimiento que se distingue de los demás por el estudio de objetos perceptibles, y que debe ser objetiva, racional, demostrable, causal, pública y crítica.

Objetiva porque es recibida por igual a todos los sujetos, todos llegan a la misma conclusión, entienden lo mismo. El sujeto no aporta nada propio, es indiferente. Esto ocurre porque cuando estudiamos un objeto perceptible por los sentidos lo hacemos a través de la razón y la inteligencia. La mente humana funciona de la misma forma en todos los sujetos, por eso razonamos con la misma lógica y llegamos a las mismas conclusiones. Además también los sentidos son similares para todos, estando en este mismo discurso la explicación de porque es racional.

Causal porque busca causas, las razones o explicaciones.

Público porque esta abierto a cualquier persona que tenga interés. Debe ser accesible, porque es objetiva, igual para todos y demostrable, por tanto a todos para que realmente sea objetiva. Es objetivo si todos podemos comprobarlo.

Crítico porque no existe el criterio de autoridad, habiendo que demostrarlo ya que no sería válido que alguien diga simplemente que es verdad. A esto se llega por el “método científico”:

Observación. Mediante la percepción-

Formulación de hipótesis. Mediante la razón

Experimentación. Mediante la percepción

Constitución de una Ley Universal.

Esta definición de Ciencia pertenece a la escuela Positivista, siendo esta una ciencia moderna que nace en el siglo XVII y donde imperan las leyes universales (citamos de nuevo a Piaget, en cuyo planteamiento nadie llega a un estadio sin haber pasado primero por el anterior a él).

Para entender mejor este tipo de ciencia, hablamos de la naturaleza, donde todo funciona de una manera regular, siguiendo unas leyes. La ciencia positivista se basaría precisamente en esto, en buscar leyes que rigen el universo.

Pero existen otras visiones de ciencia y citaremos como ejemplo de ello, las Ciencias Interpretativas, basadas en las múltiples y sucesivas interpretaciones que realiza el ser humano (desde que nos despertamos estamos interpretando, o bien a personas, o bien lo que vemos en TV… averiguar que es lo que pretende o quiere, siendo el ser humano el único animal que interpreta).

Esta ciencia cree que si el ser humano hace algo es porque espera algo de este acto, si es algo a lo que no esta obligado y lo hace, es porque para él tiene un sentido. No podemos saber como piensan los demás pero sí podemos interpretar. Se trataría de reconstruir para saber que se pretende teniendo en cuenta el contexto, las personas, las palabras…

Si pasáramos todas las versiones de la ciencia al mundo de la Educación, podemos decir que para las ciencias Positivistas, la tecnología sería la Didáctica, ya que la tecnología solo es posible con las ciencias que tienen leyes universales. La didáctica sería la tecnología de la ciencia de la psicología. Esta tendría, por tanto, un interés instrumental, establecer un método de enseñanza a partir de leyes universales sobre la mente humana, que se aplica a la realidad (conozco la mente humana, psicología, y por tanto, la puedo manipular, creando una tecnología o didáctica, y buscar métodos y procesos para transformar la realidad y enseñar algo que sea aplicable).

La Didáctica tiene una perspectiva totalmente distinta desde el punto de vista de las Ciencias Interpretativas. La función de dicha ciencia es comprender la realidad humana, el comportamiento humano, como ya hemos comentado, por lo que la función de la Didáctica para ellos tiene interés práctico (praxis= acción razonada, fundamentada en razones). Estudiar la realidad para, basándonos en datos y hechos, saber porqué se produce así y poder decidir como individuo racional. Por qué usar una didáctica u otra, qué método es el más adecuado, y porqué ese y no usar otro. Saber que tipo de individuo se quiere conseguir para que nosotros, los docentes, hagamos una praxis razonada de lo que hemos elegido. La Didáctica se convierte en ciencia, una ciencia crítica, es decir, cuando sé porqué las cosas son como son, puedo empezar a deconstruir, puedo elegir el camino. ●

Bibliografía

Enesco, I., Delval, J., Navarro, A., Villuendas, D., Sierra, P. y Peñaranda, A (1995). La comprensión de la organización social en niños y adolescentes. Madrid: CIDE.

E. Turiel, I. Enesco, y J. Linaza (Comps.) (2002). El mundo social en la mente infantil. Madrid: Alianza Psicología. 4ª reimp.

Riviere, A, "La sicología de Vigotsky", Madrid, Visor 1985.

Tratamiento de la Competencia Lingüística y Matemática a través de La ConJetura de Goldbach

Título: Tratamiento de la Competencia Lingüística y Matemática a través de La ConJetura de Goldbach. **Target**: Profesorado de la ESO y alumnado de 4º de la ESO. **Asignatura**: Matemáticas. **Autor**: Mª Belén García Díaz, Licenciada en matemáticas, Profesora de matemáticas en Educación secundaria.

El departamento de Matemáticas del CPI de Castroverde (Lugo) contribuye con el plan lector, que se lleva a cabo en el centro educativo, proponiendo a los alumnos de la ESO una serie de libros de lectura de ámbito matemático. Cada trimestre se les propone a los alumnos un libro para leer. La evaluación de la lectura del libro se realiza a través de un examen tipo test con el que pueden conseguir hasta un punto más en la evaluación. Veamos un ejemplo de estos exámenes (las respuestas en negrilla son las correctas)

LIBRO: La Conjetura de Goldbach. (Propuesto para alumnos de 4º de la ESO)

1. ¿Qué único día al año visitaba el protagonista a su tío Petros?

   a) El día de Navidad

   b) El día de su cumpleaños.

   c) El día de su santo (29 de Junio Pedro y Pablo)

2. ¿A que juego jugaba el tío Petros y se le daba tan bien?

   a) A la subasta

   b) Al ajedrez

   c) A la escoba

3. ¿Por qué fue castigado el protagonista cuando era niño?

   a) Por ir a casa del tío Petros a llevarle una carta

   b) Por no estudiar para un examen de clases

   c) Por no recoger en el supermercado un encargo de su padre

4. ¿Con que estaba obsesionado y a que dedicó todos sus estudios el tío Petros?

   a) Al Acertijo de Euler

   b) Al Teorema de Pitágoras

   c) A la Conjetura de Goldbach

5. ¿Cuándo decidió el protagonista ser matemático?

   a) Cuando leyó los libros de su tío

   b) Cuando empezó a sacar buenas notas en la asignatura de matemáticas

c) Cuando acudió a la celebración del 250 cumpleaños de Euler organizada por la Sociedad Helénica de Matemáticos

6. ¿Cuántos números primos le demostró el tío Petros al protagonista que había?

a) Más de un millón pero menos de 100 millones

b) Unos pocos sin importancia

c) Infinitos

7. ¿Con quién le tocó, al muchacho, compartir habitación el tercer año de carrera?

a) Con el hermano del rey

b) Con un coquito de Ciencias

c) Con un chico, Samy, un prodigio de las matemáticas

8. ¿Cuándo llamó Samy impostor al tío Petros?

a) Una Nochevieja en su casa

b) Tras una borrachera

c) Mientras estudiaba el último Teorema de Euler

9. ¿En dónde inició el tío Petros su estudio en el campo de las matemáticas?

a) En Berlín

b) En París

c) En Londres

10. ¿En dónde continuó, el tío Petros, el estudio de la Teoría de Números?

a) En Rusia

b) En Cambridge

c) En Suiza

11. ¿Qué dos talentos matemáticos participaron con Petros en sus dos últimas publicaciones?

a) Pedro y Juan

b) Riemann y Cauchy

c) Hardy Littlewood

12. ¿Qué decía Petros que estaba investigando para proteger sus estudios dirigidos a la Conjetura de Goldbach?

a) El Teorema de Cantor

b) La prueba de Dirichlet

c) La Hipótesis de Riemann

13. ¿Qué excusa puso Petros para coger una excedencia de dos años sin sueldo al rector de la Universidad?

a) Que sufría de migrañas

b) Que se había roto un hombro

c) Que sufría de gastritis

14. ¿Cómo consiguió el tío Petros relajarse?

a) Andando todos los días una media hora

b) Fumándose un puro después de comer

c) Jugando al ajedrez

15. ¿Con qué comparó Petros las Matemáticas?

a) Con un árbol con las raíces firmes (axiomas) un tronco fuerte (la demostración rigurosa) y ramas que crecen constantemente y dan flor (los teoremas)

b) Con un menú con aperitivo, primer plato, segundo plato y postre

c) Con la vida de una persona: niñez, pubertad, madurez y vejez

16. ¿Qué verduras utilizó Petros para intentar demostrar geométricamente la Conjetura?

a) Habas

b) Judías

c) Tomates

17. ¿Cual fue el sueño de Petros que más adelante bautizaría con el nombre de "el Heraldo de la Derrota"?

a) Cuando soñó con fantasmas

b) Cuando soñó con el 2^{100}

c) Cuando soñó con el 2^{10}

18. ¿Qué teorema puso en duda la existencia de una demostración para la Conjetura de Goldbach?

a) El Teorema de la Incompletitud de Gödel

b) El Décimo Teorema de Hilbert

c) El Teorema de Riemann

19. ¿A qué conclusión llegó el tío Petros, antes de su vejez, sobre la Conjetura?

a) A que no tenía solución

b) A que la demostración era muy larga y no llegaría el resto de su vida para demostrarla

c) A que dicha conjetura ya estaba demostrada

20. ¿Cómo se llama el pueblo donde vivía el tío Petros?

a) Ekali

b) Londres

c) Munich

21. ¿Se dedicó el protagonista el resto de su vida a las Matemáticas?

a) Sí, y llevó a cabo grandes descubrimientos

b) No, porque no le gustaban

c) No, estudió económicas y siguió con la empresa familiar

22. ¿Qué premio otorgaron al tío Petros?

a) El Príncipe de Asturias a las Ciencias

b) La Medalla de Oro al Mérito

c) El Novel en Ciencias

23. ¿Qué problema propuso el tío Petros al protagonista, y que este estuvo todo un verano intentado solucionar, para quitarle de la cabeza que estudiara Matemáticas?

a) La Conjetura de Goldbach

b) El Teorema de la Incompletitud de Gödel

c) El Décimo Teorema de Hilbert

•

El Aprendizaje Significativo en la Sociedad de la Información y del Conocimiento

Título: El Aprendizaje Significativo en la Sociedad de la Información y del Conocimiento. **Target**: Profesores en general. **Asignatura**: Educación en general. **Autor**: Amets Larraza Lopez, "Máster Universitario en Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas", "Profesora de Lengua Vasca y Literatura en Educación Secundaria".

A lo largo de la historia, se han sucedido diversos modelos/paradigmas teóricos que partían de estados de relativo equilibrio, para explicar los distintos campos del conocimiento y las actividades humanas. Los cambios experimentados en las dos últimas décadas plantean la necesidad de un cambio rápido e inteligente en el sistema educativo actual.

Son varias las razones que justifican esta innovación del sistema educativo.

La primera de ellas se centra en las necesidades de la sociedad actual, una sociedad de la información y del conocimiento donde van a primar la inteligencia y el conocimiento como los factores más importantes del progreso social y económico. La enseñanza dejará de ser un monopolio de los centros educativos, por lo que deberemos formar alumnos cuyo trabajo no dependerá de lo que les digan los demás, sino de sí mismos. Por ello, el sistema educativo que la sociedad del conocimiento necesita será el que, a través de centros educativos de calidad, proporcione alfabetización universal, motivación para aprender, y disciplina para una instrucción y aprendizaje continuos.

La segunda razón es la necesidad de aprendizaje de nuevas habilidades cognitivas y emocionales. Para Goleman (1996), los alumnos con bajo rendimiento escolar presentan claras deficiencias en su inteligencia emocional. Estos alumnos no saben aprender a aprender. Para esta capacidad fundamental son necesarios siete factores que tienen que ver con la inteligencia emocional: confianza, curiosidad, intencionalidad, autocontrol, relación, capacidad de comunicar y cooperación. Otras habilidades emocionales y sociales básicas son: conciencia de uno mismo, autorregulación, motivación y empatía.

En tercer lugar están las demandas del alumnado para el cambio. Los alumnos desean que las clases se utilicen para aprender, y no para copiar apuntes. Para ello deberán esforzarse en la construcción significativa de los conocimientos, aumentando su capacidad crítica y creadora, su autoestima y su autonomía para resolver cuestiones y avanzar con eficacia.

Un informe de la Fundación Santa María (1993) sobre el profesorado español no universitario, a partir de una encuesta a 1500 profesionales, reveló que sólo el 36 % del cuerpo docente ejercía su labor con una idea clara de cuáles eras sus objetivos educativos. Todas estas reflexiones deberían impulsar cambios en la mentalidad y en el perfil del profesorado.

Además, están las exigencias de la nueva cultura de la calidad. La mejora de la calidad es necesaria no solo para la escuela/institución educativa, sino también para la empresa. Nunca como ahora, inmersas ambas en la sociedad del conocimiento y de la información, ha sido tan fuerte la analogía entre ambas. Las dos deben enfrentarse a los desafíos que plantea el siglo XXI. Estos son fundamentalmente la formación continua, y en un entorno de aprendizaje significativo más crítico y creativo, el uso/dominio de las TIC (Tecnologías de la Información y de la Comunicación), una gestión del conocimiento no solo eficaz sino también eficiente, la globalización de la economía, las características específicas de la sociedad del conocimiento y de la información con, además, sus exigencias añadidas de innovación, productividad y competitividad.

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO COMO FACTOR BÁSICO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS Y EL CAMBIO CONCEPTUAL

Ausubel (1963,1968, 2000) y Ausubel, Novak y Hanesian (1987) han distinguido claramente entre el aprendizaje como repetición mecánica en la que se reciben nuevos conocimientos de manera casual, y cuyo contenido no se incorpora en la estructura cognoscitiva o esquema mental (ahora diríamos en la memoria a largo plazo, o MLP) del individuo, y el aprendizaje significativo, donde el discente integra de manera refleja el nuevo conocimiento adquirido en los que posee de antemano.

El aprender significativo eficiente y eficaz requiere, según Ausubel, de:

1. Una estructura cognitiva apropiada en el alumno. Ello implica el conocimiento previo de la misma por parte del profesor.
2. Materiales de aprendizaje significativos, conceptualmente transparentes. Para ello será necesaria una planificación adecuada, por parte del profesor o grupo de profesores tanto del currículo cuanto de la instrucción y que tenga coherentemente en cuenta el punto anterior.
3. A tenor de la experiencia, lo más importante: una disposición favorable por parte del alumno hacia este tipo de aprendizaje. Ello exige al profesor que sea capaz de fomentar esas actitudes favorables, a través de la motivación correspondiente.

Un factor que condiciona este aprendizaje significativo es el conjunto de conceptos que tiene de antemano la persona que se enfrenta al nuevo aprendizaje. Estos conocimientos suelen ser muy resistentes al cambio porque están en equilibrio con otros conceptos. Además, los sistemas de evaluación actuales refuerzan el aprendizaje memorístico y penalizan el aprendizaje significativo. Por ello, debemos evitar el primer aprendizaje debido a que éste no ayudará en que los alumnos modifiquen las relaciones conceptuales de su mente, tal y como lo hará el aprendizaje significativo de manera progresiva.

EL MAPA CONCEPTUAL

Un considerable número de investigadores educativos ponen énfasis en la promoción del aprendizaje significativo en nuestros alumnos a través de la utilización de estrategias como los Mapas Conceptuales y los Diagramas V por su probada eficacia para generar el cambio conceptual clave para paliar el problema de los errores conceptuales.

El conocimiento que tenemos a cerca de un tema se puede reflejar en los diversos conceptos relacionados por proposiciones que son características para cada individuo. En un mapa conceptual se reflejan las relaciones de un individuo sobre un tema en su mente. Y cuando hablamos o escribimos esa jerarquía se convierte en una forma lineal. Cuando otra persona lee esta relación lineal, lo transforma en una estructura jerárquica para que el aprendizaje sea significativo, e incorpora nuevos conceptos en los existentes en su esquema mental para ese área de conocimiento. El mapa conceptual sirve como un mediador, traduciendo material jerárquico a texto lineal y viceversa. Los conceptos que no son asimilados de esta manera permanecerán aislados, memorizados y finalmente olvidados.

Por lo tanto, un mapa conceptual nos ayudará a organizar los conceptos que pretendemos enseñar, además de que nos mostrará las relaciones y las palabras clave para que este aprendizaje sea mejor. Además, nos mostrará los conocimientos previos que tiene el alumno sobre un tema, siendo éste el punto de partida de cualquier tarea educativa.

EL DIAGRAMA V

Para comprender cómo llegar a aprender mejor (Novak, 1980), los alumnos necesitan incrementar el conocimiento del proceso de aprendizaje, la naturaleza del conocimiento y cómo extraer significados de los materiales estudiados.

Para ello ha sido muy valioso un instrumento ideado por Gowin (1981): el Diagrama V. Éste constituye un método para ayudar a estudiantes y educadores a profundizar en la estructura y el significado del conocimiento que tratan de entender (metaconocimiento) y posibilita la incorporación de nuevos conocimientos a la estructura teórico/conceptual que posee el alumno (aprendizaje significativo).

La forma de V, no es casualidad, sino que ha sido pensada para enfatizar que ambos lados, el conceptual/teórico y el metodológico/práctico, están dirigidos a referirse a objetos y acontecimientos en el proceso de producción de conocimientos.

Gowin define dos tipos de aspectos que son utilizados juntamente con la intención de llegar a algún juicio de conocimiento. Son las actividades conceptuales y metodológicas. El lado izquierdo, conceptual, de la V, representa el caldo de cultivo adecuado para que surjan cuestiones apropiadas. Está constituido por la filosofía, teoría, principios y conceptos que se refieren a la cuestión. Simétricamente se encuentra el lado metodológico en el que se identifica lo que ha sido observado, recogido y manipulado en el laboratorio para que registros y datos sean acumulados para justificar el juicio de conocimiento. El nexo de unión de estas dos actividades está representado por los objetos y acontecimientos que ocupan la punta de la V. Se recomienda utilizar los términos conceptual/metodológico en coordinación con otros con los que los alumnos están más familiarizados. El lado conceptual sería el de *pensar* y el metodológico el de *hacer*. ●

Bibliografía

Fermín Mª González García. El mapa conceptual y el diagrama V. Ed. Narcea, Madrid, 2008.

Referencias del Máster de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachiller, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Jose Arellano y Margarita Santoyo. Investigar con Mapas Conceptuales: Procesos metodológicos. Ed. Narcea, Madrid, 2009.

www.wikipedia.org

Características básicas de los problemas de Programación Lineal

Título: Características básicas de los problemas de Programación Lineal. El Método del Símplex. Modelos de Redes. Relación entre redes y programación lineal. Aplicaciones. **Target**: Profesores de Matemáticas. **Asignatura**: Optimización. **Autor**: Maria de la O Martinez Santibañez, Licenciada en Matematicas, Profesora de Matematicas en Educacion Secundaria.

0. Introducción.

La programación lineal consiste en un conjunto de técnicas matemáticas que permiten obtener el mayor provecho posible de sistemas económicos, sociales, tecnológicos, etc, cuyo funcionamiento es posible describirlo adecuadamente mediante un modelo matemático. El problema fundamental consiste en optimizar (maximizar o minimizar) una cierta expresión lineal, sabiendo que sus variables están sometidas a un conjunto de restricciones que vienen expresadas por inecuaciones lineales.

A raíz de la aparición de algoritmos eficientes de resolución de programas lineales (Kantorovich, 1939) el desarrollo de la programación lineal ha sido espectacular y ha permitido resolver numerosas situaciones reales (maximizar ingresos, minimizar costes, asignación de personal,…). En la práctica, tanto el número de variables como el de restricciones pueden ser de cientos de miles y de ahí la importancia entre la interacción pensamiento matemático-ordenador. Los fundamentos matemáticos de la programación lineal fueron establecidos por John von Newman, que en 1928 publicó "Teoría de juegos", su trabajo más importante y en 1947 planteó la equivalencia de los problemas de programación lineal y la teoría de matrices.

En EE.UU. se planteó, a la finalización de la 2ª Guerra Mundial, que la coordinación de manera eficaz de todas las energías y recursos nacionales era un problema de tal envergadura, que para poder reducirlo y resolverlo había que aplicar los métodos de optimización de la programación lineal. Es en esta época cuando aparecen los primeros computadores, utilizándose para resolver los problemas descritos. En este último aspecto supuso un gran avance el algoritmo ideado por Dantzig en 1951, denominado Método Símplex. Mucho más eficiente sería el algoritmo que Kamarkar, un matemático hindú afincado en EEUU, logró en 1984.

1. Características básicas de los problemas de programación lineal.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Un problema de optimización en términos matemáticos queda definido por:

A) Las variables del problema. Se notarán por x_j o por el vector $X = \left(x_1, \ldots, x_j, \ldots x_n\right)$.

B) La función objetivo z que es la descripción en términos matemáticos del objetivo final a conseguir.

C) El conjunto de restricciones del problema que se trata de resolver.

Una de las modalidades de la programación matemática es la denominada **programación lineal** que se caracteriza por:

1. La función objetivo es lineal, es decir, $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$, con $c_j \in \mathbb{R}$

2. Las restricciones del problema tambien son lineales. Es decir son del tipo:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \approx b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \approx b_m \end{array}\right\}$$

donde $\approx$ puede ser sustituido $\leq, \geq, \prec, \succ, =$ y $a_{ij}, b_i \in \mathbb{R} \quad (1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n)$

3. Las variables han de tomar necesariamente valores mayores o iguales que cero. Se trata de una condición de no negatividad: $x_j \geq 0 \quad \forall j \in \{1 \ldots n\}$.

Si denotamos por $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ la matriz técnica mxn, $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}$, entonces podemos expresar un problema de programación lineal en notación matricial:

$\begin{cases} Max\ z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X \approx B \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$ o $\begin{cases} Min\ z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X \approx B \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$, dependiendo si en nuestro problema concreto quiero maximizar o minimizar z. Para referirnos a un problema general escribiremos $\begin{cases} Max(Min)\ z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X \approx B \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$.

El problema de programación lineal puede representarse en tres formas diferentes:

a) En *forma canónica*, cuando las restricciones son desigualdades en una de las dos formas siguientes:

$$\begin{cases} Max(Min)\ z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X \leq B \\ \quad X \geq 0 \end{cases} \quad \text{o} \quad \begin{cases} Max(Min)\ z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X \geq B \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$$

b) En *forma estándar*, cuando las restricciones son igualdades:

$$\begin{cases} Max(Min)\ z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X = B \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$$

c) En *forma mixta*, cuando existan restricciones de igualdad $(=)$ y de desigualdad $(\leq, \geq)$.

La forma habitual de presentar un problema de programación lineal es la forma canónica, sin que suponga esto dificultad alguna para pasar a la forma estándar. Para ello se utilizan las denominadas **variables de holgura**, que tienen por objeto compensar los excesos o defectos de las restricciones; así la restricción del tipo $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leq b_i$ se transforma con la introducción de la variable de holgura $x_{n+1}{}^h \geq 0$ en $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n + x_{n+1}{}^h = b_i$. (Nota: $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \geq b_i$ se transforma en $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n - x_{n+1}{}^h = b_i$). Las variables de holgura aparecen con coeficiente 0 en la función objetivo. Además, todo problema de maximizar se puede convertir en otro equivalentes de minimizar (y viceversa) sin más que tener en cuenta que Min f(x) = Max – f(x).

De esta forma el problema se transforma fácilmente a la forma estándar:

$$\begin{cases} Max\,(Min)\; z' = C'^{T} \cdot X' \\ sujeto\ a \quad A' \cdot X' = B' \\ \qquad X' \geq 0 \end{cases}$$

, con $X' = (X, X^h)$, A' = matriz técnica de los coeficientes de $X\ y\ X^h$, $C' = (C, 0)$ y $B' = (B, 0)$ donde los coeficientes nulos corresponden a las variables de holgura. Las variables de holgura poseen una importante interpretación económica. Si en la solución del problema:

- $x_{n+1}{}^h = 0$ → indica que la restricción está saturada (o que se verifica la igualdad)

- $x_{n+1}{}^h > 0$ → indica que o bien hay un exceso de recursos no utilizados (si las restricciones son del tipo $\leq$) o bien hay un exceso de consumos de disponibilidades mínimas (si las desigualdades son del tipo $\geq$).

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

<u>Definición</u>: Dado un problema de programación lineal en forma estándar,

$$\begin{cases} Max\,(Min)\; z = C^{T} \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X = B \\ \qquad X \geq 0 \end{cases}$$

, llamaremos **solución factible** del problema a todo vector $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$ tal que $A \cdot Y = B$, $Y \geq 0$.

El **conjunto de soluciones factibles** es:

$$F = \{X \in \mathbb{R}^n : AX = B, X \geq 0\} = \{X \in \mathbb{R}^n : AX \geq B, AX \leq B, X \geq 0\}$$

Obsérvese que hemos podido escribirlo como intersección de dos semiplanos cerrados de $\mathbb{R}^n$, luego *F* es un *convexo* de $\mathbb{R}^n$ (por ser intersección de conjuntos convexos). Si $F = \varnothing$, se dice, por definición que el problema es infactible.

Llamaremos **solución factible óptima** a aquel o aquellos vectores que son soluciones factibles para los que la función objetivo alcanza el óptimo (mayor o menor valor).

Observación: la existencia de dicha solución viene asegurada por los teoremas fundamentales siguientes:

<u>TEOREMA DE WEIERSTRASS</u>

$$\left.\begin{array}{l} f : S \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \ \ continua \\ S \ compacto \end{array}\right\} \Rightarrow f \text{ posee un máximo y un mínimo en la frontera o en el interior.}$$

<u>TEOREMA LOCAL-GLOBAL</u>

$$\left.\begin{array}{l} f : S \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \ \ cóncava(convexa) \\ S \neq \emptyset, convexo, compacto \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Todo máximo (mínimo) local de f en S es global.}$$

SOLUCIONES BÁSICAS. PUNTOS EXTREMOS.

Consideremos el siguiente problema en forma estándar $\begin{cases} Max\,(Min)\; z = C^T \cdot X \\ \quad sujeto\ a \quad A \cdot X = B \\ \qquad\qquad X \geq 0 \end{cases}$, siendo $A \in M_{mxn}(\mathbb{R})$, $m \leq n$.

Podemos dividir $A = (D \mid E)$, siendo $D \in M_{mxm}(\mathbb{R})$ y $E \in M_{mx(n-m)}(\mathbb{R})$ submatrices y $X = (X_D, X_E)$, $X_D \geq 0 \text{ variables básicas} \quad y \quad X_E = 0 \text{ variables no básicas}$. La solución para el conjunto resultante de ecuaciones es una solución de $A \cdot X = B$ con respecto a D y recibe el nombre de **solución básica**. Si además es ≥ 0, recibe el nombre de **solución factible básica**.

Veamos algunos resultados que nos aseguran la existencia de soluciones factibles óptimas y básicas.

<u>Definición</u>: Sea $M \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto convexo. Diremos que un punto $x \in M$ es un vértice o punto extremo de M si no puede expresarse como combinación convexa de otros dos puntos de M, distintos de x.

TEOREMA 1. Sea un p.p.l. Entonces la función objetivo alcanza el mínimo (máximo) en un punto extremo del conjunto convexo de soluciones factible F. Además si la función objetivo alcanza el mínimo en más de un punto extremo, toma el mismo valor para toda combinación lineal convexa de estos puntos.

TEOREMA 2. Dado un p.p.l. en forma estándar $\begin{cases} Max\,(Min)\; z = C^T \cdot X \\ sujeto\ a \quad A \cdot X = B \\ \qquad X \geq 0 \end{cases}$, con $A \in M_{mxn}(\mathbb{R})$, $m \leq n$ *r(A)=m* y $F = \{X \in \mathbb{R}^n : AX = B, X \geq 0\}$, entonces:

$X \in F$ es un punto extremo de F si y solo si X es solución factible básica.

Observación: este teorema permite buscar la solución óptima entre las soluciones básicas. De este modo, el problema se reduce a investigar un número finito de puntos, $\binom{n}{m}$, correspondientes al número de vértices o puntos extremos que puede haber y luego evaluar en z en cada uno de ellos para ver en cual toma mayor valor.

De entre los métodos más importantes para realizar esta labor destacan:

• **Método gráfico**. Consiste en obtener geométricamente la solución del problema de programación lineal. Este método es recomendable cuando en el problema intervienen sólo dos variables. En el caso en que intervienen tres variables, es un problema difícil de resolver gráficamente, siendo imposible si intervienen más de tres.

Se precisa conocer:

a) La representación del conjunto factible F, que viene determinado por la intersección de los semiespacios definidos por las restricciones.

b) La figura de la familia de curvas de nivel definida por la función objetivo f, que responde a la ecuación $f(X) = k$, $\forall k \in \mathbb{R}$, y serán hiperplanos paralelos. A la dirección de máximo crecimiento (decrecimiento) se denomina dirección de óptimo.

Una vez representados gráficamente a) y b), el vector (o vectores) solución es el punto (o puntos) de tangencia entre un hiperplano de la función objetivo y el conjunto factible F. El hiperplano ha de tomar el mayor valor en la solución si el problema es de maximización, y el menor si es de minimización.

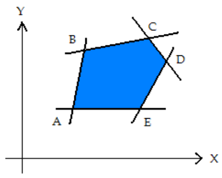
• **Método algebraico**. Consiste en determinar los vértices como puntos de intersección de cada dos restricciones. Se trata por tanto de resolver un número finito de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas y tomar aquellas soluciones que verifiquen todas las restricciones, pues ellas serán los vértices correspondientes al recinto de validez. Finalmente, se evalúa la función objetivo en cada uno de estos vértices para ver en cual de ellos toma el mayor valor.

2. El Método del Símplex.

Entre los algoritmos para resolver un p.p.l., el Método del Símplex (basado en el método algebraico) es el de mayor utilización. En este método no es necesario determinar todos los puntos esquina.

Supongamos que queremos maximizar una función objetivo en el recinto representado:

Empezamos por A. Si *f* no alcanza aquí el mayor valor, entonces, existe según demostró *Dantzig* una arista o símplex que parte de A y a lo largo de la cual *f* aumenta. Llegamos al “siguiente” punto esquina.



- Si *f* alcanza aquí su mayor valor, ya está.

- Si no, reiteramos el proceso y así en un número finito de pasos (pues es finito el número de vértices) llegamos a la solución óptima.

Nunca volveremos al mismo punto pues la función *f* aumenta en cada paso.

El proceso para determinar mediante el método Símplex el siguiente punto esquina y para evaluar *f* en dicho punto involucra varios pasos técnicos, pero con la gran ventaja de que se pueden efectuar eficientemente por ordenador.

El método ideado por *Kamarkar* se basa en poder pasar de un punto a otro a través de las diagonales del hiperpoliedro, y no solo por las aristas.

El algoritmo del Simplex, como todo algoritmo iterativo necesita de un punto de partida que será una solución factible básica. La llamaremos solución factible inicial (un punto extremo de *F*). Si esta solución no es la óptima se van generando a través del método, sucesivas soluciones factibles básicas (puntos extremos de *F*) hasta determinar cuál de ellas es la óptima, momento en el cual se detiene el proceso.

La aplicación del Método del Símplex se divide en tres fases:

- **Fase de iniciación**: Consiste en transformar un problema cualquiera de programación lineal en uno expresado en forma estándar de maximización y en elegir la solución factible básica inicial

- **Fase de iteración**: Consiste en los sucesivos desplazamientos sobre los vértices de la región factible hasta llegar a aquel en que la función objetivo tome su valor máximo. Para ello es necesario determinar en cada iteración qué variable no básica pasa a ser básica y qué variable básica deja de serlo

- **Fase de detención**: El proceso se detiene cuando $z_j - c_j \leq 0$, en cuyo caso se ha alcanzado el óptimo. La última tabla del simplex se denomina tabla óptima del simplex y a la base correspondiente, base óptima. En caso en que no sea así se repite el proceso de iteración. Si llegamos a una tabla en la que $z_j - c_j \leq 0$, la fase de iteración ha acabado, y las soluciones del problema se identifican como sigue:

a) Si se alcanza una tabla en la que, para las variables no básicas $z_j - c_j < 0$, la solución es de vértice.

b) Si alguno o algunos de los $z_j - c_j$ de las variables no básicas es nulo, el problema tiene soluciones múltiples, o sea la solución es de arista o de cara.

c) Cuando algún vector de la tabla tiene todas sus componentes no positivas $\left(x_{ik} \leq 0 \quad \forall i\right)$ y $z_j - c_j \geq 0$, la solución es ilimitada.

d) Si al ir calculando sucesivas tablas el valor de la función permanece constante, y cada cierto número de tablas se vuelve de nuevo a la tabla que inició el proceso, repitiéndose sucesivamente, no se alcanza ninguna solución recibiendo este resultado el nombre de ciclo.

Ejemplo:

$$\begin{cases} Max \quad z = 4x_1 + 3x_2 \\ s.a. \quad 3x_1 + 4x_2 \le 12 \\ \qquad 3x_1 + 3x_2 \le 10 \\ \qquad 4x_1 + 2x_2 \le 8 \\ \qquad x_i \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \text{lo transformamos en} \begin{cases} \qquad \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \\ Max \quad z = 4x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\ s.a. \quad 3x_1 + 4x_2 + 1x_3 = 12 \\ \qquad 3x_1 + 3x_2 + 1x_4 = 10 \\ \qquad 4x_1 + 2x_2 + 1x_5 = 8 \\ \qquad x_i \ge 0 \end{cases}$$

$x_1, x_2 \Rightarrow$ variables no básicas y $x_3, x_4, x_5 \Rightarrow$ variables básicas (variables de holgura)

$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ matriz técnica asociada y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Una solución factible básica inicial es $\begin{cases} x_3 = 12 \quad , \quad x_4 = 10 \quad , \quad x_5 = 8 \\ x_1 = x_2 = 0 \end{cases}$, pero no es óptima.

Se forma la tabla del Simplex:

Paso I.

Var. básicas	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
x^B	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$x_3 = 12$	3	4	1	0	0
$x_4 = 10$	3	3	0	1	0
$x_5 = 8$	4	2	0	0	1
	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_4 - c_4$	$z_5 - c_5$
	4	3	0	0	0

Paso II.

- Elegimos la columna pivote, aquella en la que $z_j - c_j$ sea mayor. Así que tomamos la columna P_1.

- Dividimos x^B entre los de la columna pivote que sean positivos y el que de menor cociente indica la fila pivote.

12/3=4 ; 10/3=3,333... ; 8/4=2 → Fila 3ª : fila pivote x_5.

- Entra la variable de la columna pivote y sale la variable de la fila pivote. En este caso, entra x_1 y sale x_5.

Paso III.

Se hacen cero los restantes elementos de la columna pivote operando con las filas.

x^B	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	
$x_3 = 6$	0 (1)	5/2	1	0	-3/4	← $F_1 - 3F_3$
$x_4 = 4$	0 (2)	3/2	0	1	-3/4	← $F_2 - 3F_3$
$x_1 = 8/4 = 2$	**1**	2/4	0	0	1/4	←divido toda la fila por 4, elemento pivote
	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_4 - c_4$	$z_5 - c_5$	
	0	1	0	0	-1	

0 (1) → $F_1 - 3F_3$;

0 (2) → $F_2 - 3F_3$;

$$z_2 - c_2 = 3 - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5/2 \\ 3/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = 3 - 2 = 1 \quad \text{y} \quad z_5 - c_5 = 0 - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3/4 \\ -3/4 \\ 1/4 \end{pmatrix} = -4 \cdot \frac{1}{4} = -1$$

Repetimos el Paso II. Tomamos ahora como elemento pivote la columna 2ª: P_2 → x_2 y para buscar la fila pivote hacemos los correspondientes cocientes de x^B entre la columna pivote para ver qué cociente es mínimo.

6 : 5/2 = 12/5 = 36/15 → cociente mínimo → Fila 1ª es fila pivote → x_3

4 : 3/2 = 8/3 = 40/15

2 : 1/2 = 4

Así que, entra x_2 y sale x_3. Formamos de nuevo la tabla.

x^B	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	
$x_2 = 12/5$	0	**1**	2/5	0	-6/20	$\leftarrow$ divido toda la fila por 5/2, elemento pivote
$x_4 = 2/5$	0	0 (1)	-3/5	1	-6/20	$\leftarrow F_2 - 3/2\,F_1$
$x_1 = 4/5$	1	0 (2)	-1/5	0	8/20	$\leftarrow F_3 - 2/4\,F_1$
	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_4 - c_4$	$z_5 - c_5$	
	0	0	-2/5	0	-34/20	

0 (1) $\rightarrow F_2 - 3/2\,F_1$;

0 (2) $\rightarrow F_3 - 2/4\,F_1$;

$$z_3 - c_3 = 0 - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/5 \\ -3/5 \\ -1/5 \end{pmatrix} = -2/5 \quad \text{y} \quad z_5 - c_5 = -1 - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6/20 \\ -6/20 \\ 8/20 \end{pmatrix} = -34/20$$

Como todos los $z_j - c_j \leq 0$, la solución se alcanza en las variables básicas: $\{x_2 = 12/5 \quad , \quad x_4 = 2/5 \quad , \quad x_1 = 4/5$, y la solución óptima es:

$$\begin{cases} x_1 = 4/5 \quad , \quad x_2 = 12/5 \quad , \quad x_4 = 2/5 \\ z = 4 \cdot \dfrac{4}{5} + 3 \cdot \dfrac{12}{5} = \dfrac{52}{5} \end{cases} . \blacksquare$$

El Método Símplex es operativamente complicado y cuando el número de restricciones y los coeficientes no son muy sencillos la única forma práctica de operar es mediante un ordenador. En la actualidad hay varios programas para resolver este tipo de problemas de tal manera que en la práctica solo es necesario saber plantear el problema y suministrar correctamente los datos.

3. Modelos de redes.

Las técnicas de flujo de redes están orientadas a optimizar situaciones vinculadas a las redes de transporte, redes de comunicación, sistema de vuelos de los aeropuertos, rutas de navegación de los cruceros, estaciones de bombeo que transportan fluidos a través de tuberías, rutas entre ciudades, redes de conductos y todas aquellas situaciones que puedan representarse mediante una red donde los nodos representan las estaciones o las ciudades, los arcos los caminos, las líneas aéreas, los cables, las tuberías y el flujo lo representan los camiones, mensajes y fluidos que pasan por la red, con el objetivo de encontrar la ruta mas corta si es una red de caminos o enviar el máximo fluido si es una red de tuberías.

MODELOS DE REDES

Los problemas de optimización de redes se pueden representar en términos generales a través de uno de estos cuatro modelos:

Modelo de minimización de redes (Problema del árbol de mínima expansión).

Tiene que ver con la determinación de los ramales que pueden unir todos los nodos de una red, tal que minimice la suma de las longitudes de los ramales escogidos. No se deben incluir ciclos en la solución del problema.

Modelo de la ruta más corta.

Consideramos una red conexa y no dirigida con dos nodos especiales llamados origen y destino. A cada ligadura (arco no dirigido) se asocia una distancia no negativa. El objetivo es encontrar la ruta más corta (la trayectoria con la mínima distancia total) del origen al destino. Se dispone de un algoritmo bastante sencillo para este problema. La esencia del procedimiento es que analiza toda la red a partir del origen; identifica de manera sucesiva la ruta más corta a cada uno de los nodos en orden ascendente de sus distancias (más cortas), desde el origen; el problema queda resuelto en el momento de llegar al nodo destino.

Modelo del flujo máximo.

Se trata de enlazar un nodo fuente y un nodo destino a través de una red de arcos dirigidos. Cada arco tiene una capacidad máxima de flujo admisible. El objetivo es el de obtener la máxima capacidad de flujo entre la fuente y el destino.

Modelo del flujo del costo mínimo.

El problema de flujo de costo mínimo tiene una posición medular entre los problemas de optimización de redes; primero, abarca una clase amplia de aplicaciones y segundo, su solución es muy eficiente. Igual que el problema del flujo máximo, toma en cuenta un flujo en una red con capacidades limitadas en sus arcos. Igual que el problema de la ruta más corta, considera un costo (o distancia) para el flujo a través de un arco. Igual que el problema de transporte o el de asignación, puede manejar varios orígenes (nodos fuente) y varios destinos (nodos demandas) para el flujo, de nuevo con costos asociados. De hecho, estos cuatro problemas son casos especiales del problema de flujo de costo mínimo.

4. Relación entre redes y programación lineal.

Definición: Una **red** consiste en un conjunto de puntos y un conjunto de líneas que unen ciertos pares de puntos. Los puntos se llaman *nodos* (o vértices). Las líneas se llaman *arcos* (o ligaduras, aristas o ramas).

Los arcos se etiquetan para dar nombres a los nodos en sus puntos terminales, por ejemplo, AB es el arco entre lo nodos A Y B.

Los modelos de optimización de redes se aplican a numerosos casos en la Ciencia de la Administración, en particular relacionados con la operación de redes de transporte, logística, redes eléctricas o de comunicación, pero también en programación y seguimiento de Proyectos, en Marketing, Recursos Humanos y en Finanzas.

La mayor parte de los modelos de redes son casos particulares de modelos de Programación Lineal, y pueden ser formalizados a partir de un modelo general que los engloba: el Modelo de Flujo de Costo Mínimo.

En un problema de programación lineal, las redes pueden representar un conjunto de estaciones, campos petrolíferos, almacenes, fabricas, sucursales, ciudades, interconectadas entre si a través de caminos, conductos, tuberías que permiten fluir productos para la comercialización o la distribución.

Algunos ejemplos característicos son:

► **El problema de la producción: maximizar ingresos**

Una empresa se dedica a la producción de n bienes distintos, para los que utiliza m factores productivos que posee en cuantía limitada. Se desea saber, conociendo los precios de venta de cada uno de los bienes, qué cantidad ha de producir de cada uno de ellos para maximizar el ingreso por ventas de lo producido.

Sean:

$x_1, \ldots, x_n$ el número de unidades a producir de cada bien.

$c_1, \ldots, c_n$ los precios de venta unitarios de cada uno de dichos bienes.

$b_1, \ldots, b_m$ disponibilidad de cada uno de los factores producidos.

a_{ij} con $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ unidades para la producción de una unidad del bien i-ésimo.

Según lo estudiado anteriormente en este tema, el problema de la producción quedaría planteado como:

$$\left.\begin{array}{ll} Max & f(X) = c_1 x_1 + \cdots + c_n x_n \\ s.a. & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ & \vdots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ & x_1, \ldots, x_n \geq 0 \end{array}\right\}$$

Otras aplicaciones industriales son:

a) *Líneas aéreas comerciales*: el trabajo hecho en esta área ha tratado con problemas de asignación de aviones a rutas y administración de las líneas aéreas.

b) *Telecomunicaciones*: el trabajo principal ha estado en el diseño y utilización óptima de redes de comunicaciones. Con los métodos de programación lineal se han resuelto problemas de instalaciones físicas para transmisión, conmutación, retransmisión, etc. Estos métodos proporcionan un enfoque al sistema general para resolver las interacciones complejas entre la capacidad del sistema, las demandas de los usuarios y factores económicos.

c) *Industria petrolera*; Este campo industrial ha proporcionado muchas aplicaciones muy importantes e interesantes de la programación lineal. La más antigua fue el problema de mezclar gasolinas para obtener los productos requeridos con un máximo de utilidades. Los productos terminados deben satisfacer una variedad de especificaciones, por ejemplo, número de octano y volatilidad, de forma que se maximicen los ingresos netos. Otros estudios incluyen los problemas de asignación óptima de crudos a varias refinerías y el inventario y la velocidad de producción óptimos para productos estacionales.

► **Aplicaciones militares**

Uno de los primeros modelos lineales fue el del problema de suministro aéreo. El objetivo era, o bien entregar una cantidad especificada de toneladas a un costo mínimo, o bien maximizar el tonelaje suministrado con una provisión dada de aviones y dinero.

Otras aplicaciones militares son: el problema de defensa pública en caso de desastre, la solución del cual produce el número de unidades defensivas que se deben usar en un ataque dado para proporcionar el nivel de protección necesario a menor costo.

► **Problemas de transporte.**

Otro problema asociado a la programación lineal es el del **flujo máximo** en redes. Si se considera una red (de ferrocarril, carretera, comunicaciones) conectando dos puntos dados a través de varios intermedios, donde cada arco de la red tiene asignado un número que representa su capacidad. Suponiendo una condición de estado estable, se ha desarrollado un método simple de cálculo, basado en el algoritmo del Símplex, para encontrar un flujo máximo de un punto dado a otro. El **problema del transbordo** es una extensión del problema fundamental del transporte.

► **Aplicaciones a varias áreas teóricas de las matemáticas**

Los aspectos teóricos y de cómputo de la programación lineal se han aplicado con mucho éxito a las áreas de: Análisis de Combinaciones, Conjuntos Parcialmente Ordenados, Teorías de Redes y Gráficos y Sistemas de Representaciones Precisos.

5. Aplicaciones.

Inicialmente, los métodos de programación lineal contaron, principalmente, con las siguientes aplicaciones: Aplicaciones militares, (creadas por el proyecto SCOOP de la Fuerza Aérea), económicas-industriales (basadas en el modelo de insumo-producto de Leontief), problemas que involucran la relación entre los juegos de suma cero para dos personas y la programación lineal. En los últimos años estos campos de aplicación se han extendido y desarrollado notablemente, aunque el énfasis principal de estas aplicaciones se ha desviado hacia el área industrial en general.

Las aplicaciones más habituales de la programación lineal abordan distintos ámbitos de la sociedad cotidiana y permiten resolver así numerosas situaciones reales, como por ejemplo: Diseño de redes de telecomunicación (redes de fibra óptica, de computadores, telefónicas, de televisión por cable, etc.), Diseño de redes de transporte para minimizar el costo total de proporcionar las ligaduras (vías ferroviarias, carreteras, etc.); Diseño de una red de líneas de transmisión de energía eléctrica de alto voltaje; Diseño de una red de cableado en equipo eléctrico (como sistemas de computo) para minimizar la longitud total del cable; Diseño de una red de tuberías para conectar varias localidades; Diseño de una red de tuberías de gas natural mar adentro que conecta fuentes del golfo de México con un punto de entrega en tierra con el objetivo de minimizar el costo de construcción; Determinación del programa de costo mínimo de los campos petrolíferos a refinerías y finalmente a los campos de distribución. Se pueden enviar petróleo crudo y productos derivados de la gasolina en buques tanque, oleoductos y/o camiones. Además de la disponibilidad de la oferta máxima en los campos petrolíferos y los requisitos de demanda mínima en los centros de distribución, deben tomarse en cuenta restricciones sobre la capacidad de las refinerías y los modos de transporte.

6. Conclusión.

La **Programación Lineal (PL)** es una de las principales ramas de la Investigación Operativa. En esta categoría se consideran todos aquellos modelos de optimización donde las funciones que lo componen, es decir, función objetivo y restricciones, son funciones lineales en las variables de decisión. Los modelos de Programación Lineal por su sencillez son frecuentemente usados para abordar una gran variedad de problemas de naturaleza real en ingeniería y ciencias sociales, lo que ha permitido a empresas y organizaciones importantes beneficios y ahorros asociados a su utilización. n●

Bibliografía

GASS, S.I.(1981) “Programación Lineal” COMPAÑÍA EDITORIAL CONTINENTAL.

STANLEY GROSSMAN.(1988) “Aplicaciones del Álgebra Lineal”. GRUPO EDITORIAL IBEROAMÉRICA.

http://www.ccee.edu.uy/ensenian/catmetad/material/material%20de%20apoyo%204.pdf

http://www.monografias.com/trabajos16/flujo-redes/flujo-redes.shtml#mmodel